Cours de physique de 4ième secondaire

Claude NOEL

9 juin 2009

Chapitre 1

L'étude des mouvements

1.1 Introduction

Le mot « *physique* » vient du grec « *phusikê* » qui signifie « *nature* ». La physique est donc la science qui étudie les propriétés de la matière, de l'espace, du temps et qui établit les lois qui rendent compte des phénomènes naturels. La grande variété des phénomènes naturels impliqua leurs classements en plusieurs branches principales, notamment : la Mécanique des solides, la Mécanique des fluides, la Thermodynamique, l'Optique, l'Électromagnétisme, la Mécanique relativiste, la Théorie de la relativité générale, la Mécanique quantique, la Physique des particules.

Le programme de la quatrième année comporte l'étude des chapitres suivants :

1. La cinématique
2. La dynamique
3. La gravitation universelle
4. Le principe de conservation de l'énergie
5. Les lois fondamentales de l'optique

Notre exploration du monde de la physique commencera donc par l'étude des mouvements qu'on appelle la « cinématique ». Cette discipline de la Mécanique étudie le mouvement des corps, en faisant abstraction des causes du mouvement lui-même. Et pour décrire un mouvement, il est nécessaire de mesurer des distances et des durées. Alors, abordons les notions d'espace et de temps.

1.1.1 L'espace

Intuitivement, nous savons que nous vivons dans un espace à trois dimensions. Marcher devant soi ou reculer, se déplacer à gauche ou à droite, monter ou descendre, voilà les trois directions de base de l'espace. Donc, pour connaître la position d'un point dans l'espace, il faut d'abord définir des axes de référence et ensuite mesurer ses coordonnées sur les trois axes de référence. Pour réaliser ces mesures, nous disposons d'un étalon ; c'est le « *mètre* ». Il est défini par la distance à 0°C, entre deux traits marqués sur une barre de platine, déposée au Bureau International des poids et mesures, à Sèvre. Dans le but d'améliorer la précision des résultats expérimentaux dans le domaine de la recherche scientifique et des nouvelles technologies telles que le GPS, la micro-informatique, la médecine, etc., la définition du mètre est maintenant formulée comme étant la distance parcourue par la lumière en $\frac{1}{299792458}$ s. Sachez également que la vitesse de propagation de la lumière dans le vide est une « ***constante universelle*** » valant : $c = 299792458$ m/s.

L'étude de notre Univers dont l'étendue va de l'infiniment petit à l'infiniment grand, oblige souvent les physiciens à utiliser des unités multiples ou sous-multiples du mètre mieux adaptées à leur domaine de recherche. Par exemple, un astronome utilisera l'année-lumière pour indiquer que le centre de notre galaxie se trouve à 30.000 années-lumière de la Terre. Par contre, un physicien atomiste utilisera l' « *Angström (Å)* » valant 10^{-10} m parce que les atomes ont à peu près cette taille. Comme l'étendue de l'espace est très grande, il serait assez pénible de tout exprimer en mètre.

Pour illustrer l'étendue de l'espace, je vous invite à consulter le tableau ci-dessous :

Année-lumière	Mètre	Description
15.10^9		Limite de l'Univers
	150.10^9	Distance Soleil/Terre
	$1,8$	Hauteur d'un homme
	10^{-8}	Un virus
	10^{-10}	Le rayon d'un atome
	10^{-15}	Le rayon d'un noyau atomique

Table 1.1 – Quelques chiffres illustrant une partie de l'étendue de l'espace

1.1.2 Le temps

Qu'elle est la définition du temps ? Dans le dictionnaire, on peut lire : « *Notion fondamentale conçue comme un milieu infini dans lequel se succèdent les événements.* » Bien entendu, nous avons tous une idée du temps qui passe ; notre vie personnelle est jalonnée d'événements tels que la naissance, le premier jouet, la première dent, le premier amour, le mariage, etc... Nous nous contenterons de cette notion intuitive.

La plupart des méthodes de mesure des durées sont basées sur l'utilisation d'un phénomène « *périodique* », c'est-à-dire un phénomène qui se répète le plus régulièrement possible. Par exemple, les peuples pré-historiques ont considéré le jour comme un phénomène périodique, donc comme un étalon du temps qui passe. L'homme a ensuite inventé les cadrans solaires lui permettant de compter les heures.
Plus tard, Galilée démontra expérimentalement qu'un pendule oscillait dans des intervalles de temps égaux. En utilisant un moyen mécanique pour compter les oscillations, sans les arrêter, nous obtenons l'horloge à balancier. Avant 1967, l'étalon de mesure des durées : la seconde était définie comme 1/86400 d'un jour moyen. Mais depuis 1967, la définition de la seconde a changé comme suit : c'est le temps nécessaire à un rayon lumineux bien défini pour effectuer 9 192 631 770 oscillations. Ce rayon lumineux est celui dont la fréquence provoque une excitation bien déterminée d'un atome de césium-133. Ceci signifie qu'en une seconde, il y a 9 192 631 770 périodes de ce « pendule atomique » dont la fréquence est proche des 10 gigahertz.

Le tableau ci-dessous montre l'énorme étendue de l'échelle du temps.

Année	Seconde	Événements
15.10^9		Age de l'Univers
14.10^9		Age de notre galaxie
200.10^6		Premiers hommes
	86400	Un jour
	10^{-3}	Période d'une onde sonore
	10^{-6}	Période d'une onde radio
	10^{-12}	Période de rotation moléculaire
	10^{-15}	Période de vibration atomique

Table 1.2 – Une partie de l'échelle du temps

1.2 Repos ou Mouvement

Musti, le chat de Boby, est couché sans bouger dans un des fauteuils du salon de la maison. Musti est immobile. Maintenant, imaginons les deux possibilités suivantes :

1. ou bien il garde la même position ;
2. ou bien il quitte le fauteuil pour se rendre à la fenêtre pour voir si Boby revient de l'école.

Dans le premier cas, *les distances* d'un point quelconque du chat aux murs du salon *ne varient pas.* Nous disons qu'à l'intérieur du salon, Musti était au repos et qu'il y est resté.

Dans le second cas, les distances d'un point quelconque du chat aux murs du salon *varient.* Ces changements de position signifient que Musti a effectué un mouvement en se déplacent dans l'espace.

Le mouvement de Musti est très compliqué. Sa description impliquerait le choix d'un point de référence appartenant au corps de Musti. Cela pourrait être le bout de son nez ou bien l'extrémité d'une de ses pattes ou bien encore le bout de sa queue. Et il est certain que tous ces points n'ont pas effectué le même mouvement. Compte tenu de nos connaissances actuelles en cinématique, il serait vain de tenter d'en établir les équations. Néanmoins, Musti nous a permis de comprendre la notion de mouvement, c'est là l'essentiel !

Quand un physicien se trouve devant une grosse difficulté, que fait-il ? Il simplifie l'expérience, quitte même à l'idéaliser. Au lieu de considérer un « *mobile* » constitué d'un grand nombre de parties différentes, se mouvant de manières différentes durant le déplacement, nous allons choisir un autre mobile, le plus simple qui soit. Quel est-il ? A l'évidence, il s'agit d'un mobile constitué d'un **seul** point que nous appellerons « *particule* » [1]. On définit une particule comme un corps dont on peut négliger ses dimensions lorsqu'on décrit son mouvement.

La description du mouvement d'une particule consiste donc à connaître ses coordonnées à chaque instant durant son mouvement. Cela implique le choix d'un système d'axes

1. au lieu « particule », nous pourrions aussi utiliser le mot« point matériel »

de référence comme représenté par la figure 1.1 ci-dessous : Les coordonnées d'une

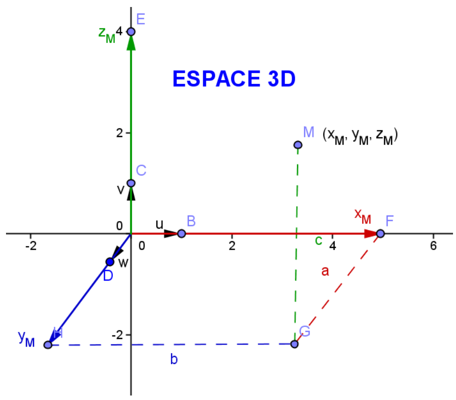

Figure 1.1 – Coordonnées d'un point
[?]

particule en mouvement changent à chaque instant t. Il est donc nécessaire d'utiliser une horloge pour mesurer le temps qui passe. Le lieu des positions qu'occupe la particule, à chaque instant, s'appelle la « *trajectoire* » de la particule. Décrire son mouvement consiste à établir les équations de la trajectoire, c'est-à-dire rechercher les relations qui existent entre les coordonnées (x, y, z) et l'instant t. [2]

Les équations d'un point matériel au repos sont simples : $x(t) = x_0$, $y(t) = y_0$, $z(t) = z_0$. Ces équations expriment le fait que quel que soit l'instant t, les coordonnées ne changent pas, ce qui est la définition cinématique du repos.

1.3 Le mouvement rectiligne uniforme — MRU

Soit une particule P se déplaçant en ligne droite. Sur cette droite, définissons un point origine O à partir duquel nous mesurerons la distance qui le sépare de la position de la particule P. Définissons aussi un sens positif sur cet axe, à l'aide d'une flèche orientée vers la droite, par exemple.

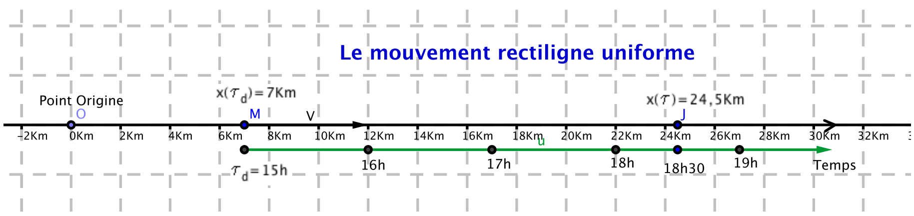

Figure 1.2 – **Le mouvement rectiligne uniforme**

Supposons que la particule P se trouve au point M d'abscisse $x(\tau_d) = 7km$ du point origine O, et ce, à l'instant de son départ τ_d, par exemple 15h. A cet instant, la particule P se déplace vers la droite à une vitesse constante V égale à 5 km/h, par exemple. Puisque

2. Tous les graphiques 2D de ce cours ont été réalisés avec le logiciel libre : GeoGebra

le point se déplace dans le sens positif, nous conviendrons que la vitesse est également positive.

Mais, que signifie la vitesse ? C'est par définition la distance parcourue par la particule par unité de temps. Dans notre exemple, on peut dire que celle-ci avance de 5 km en une heure. Maintenant, il s'agit de savoir où se trouve la particule à une heure τ déterminée, par exemple 18h30'. La durée du trajet t est égale à l'heure à laquelle nous calculons la position de la particule moins l'heure de son départ, soit :

$$t = \tau - \tau_d$$

Dans notre exemple, t est égale à : $t = 18h30' - 15h = 3h30', soit\ 3,5\ h$. Comme la particule se déplace avec une vitesse constante de 5 km/h, le chemin qu'elle a parcouru est proportionnel au produit de la vitesse par la durée du trajet. D'où la formule suivante :

$$e = V \times t \tag{1.1}$$

Avec les valeurs de l'exemple, on a : $e = 5 \times 3.5 = 17,5\ km$. La particule se trouve donc 17.5 km à droite de son point de départ $x(\tau_d)$. Autrement dit, la particule se trouve à $x(\tau_d) + e$ du point origine O. Nous écrirons que : $x(\tau) = x(\tau_d) + e$. Et en remplaçant e par l'expression de la formule 1.1, on a finalement l'équation du mouvement rectiligne uniforme (MRU) :

$$\boxed{x(\tau) = x(\tau_d) + V \times (\tau - \tau_d)} \tag{1.2}$$

Sur le graphique ci-dessus, la particule P se trouve au point M au départ (15h) et à 18h30, elle se trouve au point J, ayant effectué un trajet de 17,5 km, auquel on ajoute sa position de départ, soit 7 km pour obtenir la position du point J, soit 24,5 km.

1.3.1 Problème 1

Un piéton P1 marchant à la vitesse constante de 4 km/h part à 8 h d'un point A pour se rendre à un point B. La distance qui sépare ces deux points est 18 km. Un autre piéton P2 part de B pour aller au point A à la vitesse constante de 5 km/h. Déterminer l'heure de leur rencontre et la position des piétons à cet instant.

1. Choisissons un sens positif sur la trajectoire : de A vers B ; un point d'origine : A. Prenons comme unité de longueur : le Kilomètre et comme unité de temps : l'heure. Chacun des mobiles est animé d'un mouvement rectiligne uniforme. L'équation du MRU est :

$$x(\tau) = x(\tau_d) + V \times (\tau - \tau_d)$$

2. *Équation du mouvement de P1.*
P1 se trouve en A au moment de son départ ; donc $x_0 = 0$ et $\tau_d = 8h$. Il marche dans le sens positif, sa vitesse est donc positive, égale à 4 km/h. L'équation de son mouvement est :

$$x(\tau) = 4 \times (\tau - 8) \tag{1.3}$$

3. *Équation du mouvement de P2.*
P2 se trouve en B au moment de son départ ; donc $x(\tau_d) = 18km$. Il marche dans le sens négatif ; sa vitesse est négative, égale à $-5(km/h)$. L'équation de son mouvement est :

$$x(\tau) = 18 - 5 \times (\tau - 8) \tag{1.4}$$

4. *Solution :*
   Appelons τ_r l'heure de leur rencontre et $x(\tau_r)$ la position de leur rencontre par rapport au point origine A.
   En remplaçant τ par τ_r dans les équations (1.3) et (1.4), on a :
   $$x(\tau_r) = 4 \times (\tau_r - 8)$$
   et
   $$x(\tau_r) = 18 - 5 \times (\tau_r - 8)$$
   Les deux équations forment un système d'équations du premier degré à deux inconnues. Sa résolution est assez simple, il suffit de constater que les seconds membres des deux équations sont égaux. On peut développer de la façon suivante :
   $$4 \times (\tau_r - 8) = 18 - 5 \times (\tau_r - 8)$$
   $$4 \times \tau_r - 32 = 18 - 5 \times \tau_r + 40$$
   $$4 \times \tau_r + 5 \times \tau_r = 18 + 40 + 32$$
   $$9 \times \tau_r = 90$$
   $$\tau_r = \frac{90}{9} = 10$$
   L'heure de la rencontre est 10h. Après 2 heures de marche, ils se sont rencontrés. Calculons la position de P1 en remplaçant τ_r par sa valeur dans son équation de mouvement. on a : $x(10) = 4 \times \ (10 - 8) = 4 \times 2 = 8$ km. P1 se trouve donc à 8 km à droite du point origine A. Même procédure pour P2, on a : $x(10) = 18 - 5(10 - 8) = 18 - 10 = 8$ km. Ce qui confirme que P2 se trouve bien au même endroit que P1.

1.4 Diagramme Espace — temps

Pour ceux qui préfèrent les solutions graphiques aux systèmes d'équations, il est possible d'établir le graphique ci-dessous :

Bien sûr, la solution graphique confirme la solution algébrique. Elle fournit aussi plus d'informations à propos de nos marcheurs. Par exemple, le graphique nous indique l'heure à laquelle P1 arrivera en B, soit 12h30'et que P2 sera en A à 11h36'. Il n'est pas difficile de vérifier ces heures d'arrivée ; P1 marchant à la vitesse de 4 km/h, pour parcourir 18 km, la durée de son parcours est égale à la distance à parcourir divisée par sa vitesse, soit 18/4, soit 4.5h. Étant parti à 8h, il arrive donc en B à 8+4,5= 12,5h, c'est-à-dire à 12h30'. Quant à P2, sa vitesse est 5 km/h et donc, il marchera pendant 3,6h pour parcourir 18 km. Étant parti à 8h, il arrivera en A à 11,6h, soit 11h36'.
CQFD !

1.4.1 Problème 2

Un cycliste C1 part de A vers B à 8h15', à la vitesse de 25 km/h. Un autre cycliste C2 part de B en direction de A à 10h33', à la vitesse de 30 km/h . La distance AB est 75 km. A quelle heure vont-ils se rencontrer ?

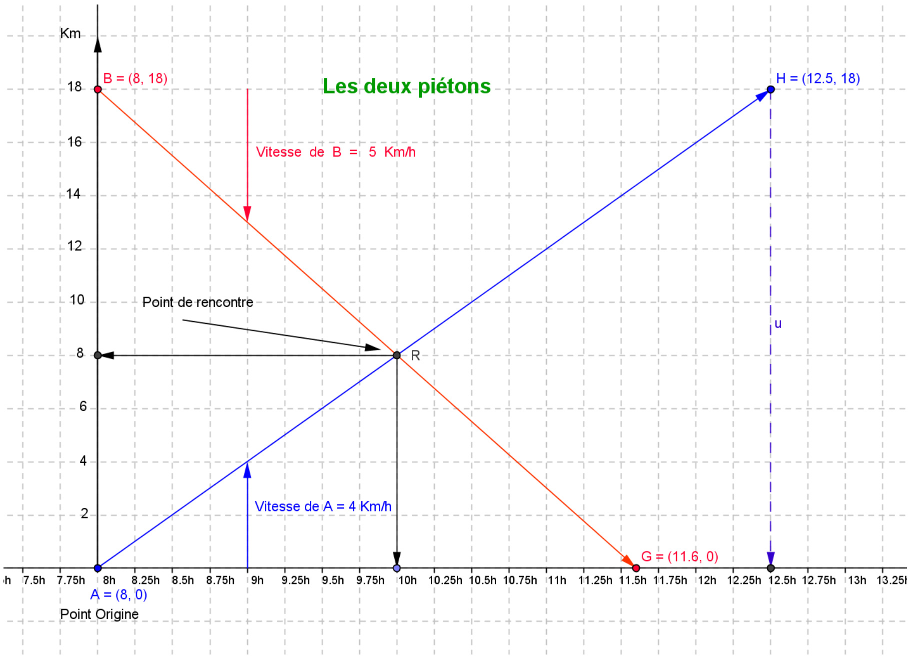

Figure 1.3 – **Diagramme espace — temps**

1. Choisissons un sens positif sur la trajectoire : de A vers B ; un point d'origine, A. Prenons comme unité de longueur : le mètre et comme unité de temps : la minute.
2. *Équation du mouvement du cycliste C1.*
   Il se trouve en A au moment de son départ ; donc $x_0 = 0$ et $\tau_d = 8h15'$, soit la 495 ème minute de la journée. Il roule dans le sens positif, sa vitesse est donc positive, égale à 25 km/h, soit (25000/60) m/minute. Son équation de mouvement est :
$$x(\tau) = \frac{25000}{60} \times (\tau - 495) \tag{1.5}$$
3. *Équation du mouvement du cycliste C2.*
   C2 se trouve en B au moment de son départ ; donc $x(\tau_d = 75(km)$ et son heure de départ $\tau_d = 633'$. Il roule dans le sens négatif ; sa vitesse est négative, égale à $-30(km/h)$, soit $(-30000/60)$ m/minute. L'équation de son mouvement est :
$$x(\tau) = 75000 - \frac{30000}{60} \times (\tau - 633) \tag{1.6}$$
4. *Solution :*
   Appelons τ_r l'heure de leur rencontre et $x(\tau_r)$ la position de leur rencontre par rapport au point origine A.
   En remplaçant τ par τ_r dans les équations (1.5) et (1.6), on a :
$$x(\tau_r) = \frac{25000}{60} \times (\tau_r - 495)$$
   et
$$x(\tau_r) = 75000 - \frac{30000}{60} \times (\tau_r - 633)$$

Ces équations forment un système d'équations du premier degré à deux inconnues.

5. *Résolution du système d'équations*

$$\frac{25000}{60} \times (\tau_r - 495) = 75000 - \frac{30000}{60} \times (\tau_r - 633)$$

Après quelques manipulations mathématiques, nous obtenons le résultat suivant :$\tau_r = 652,09', soit 10h52'5$".

Ci-dessous, la solution graphique :

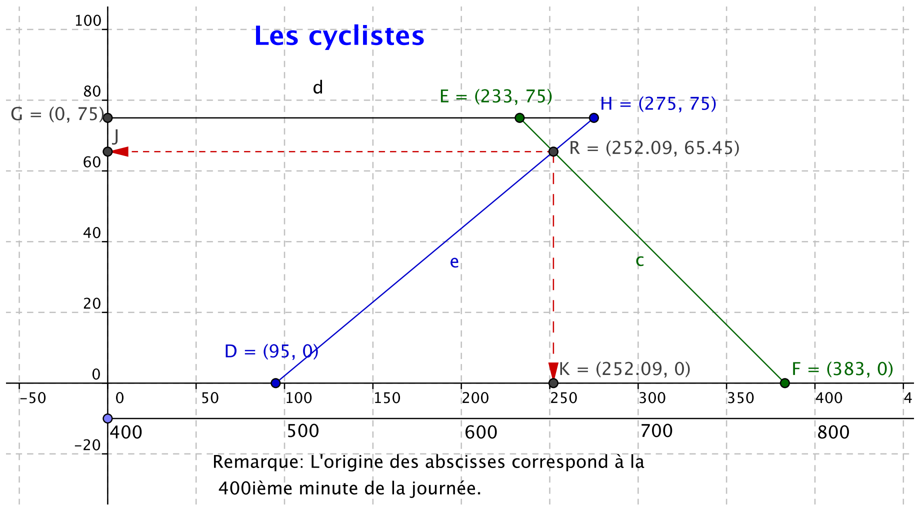

Figure 1.4 – **Les cyclistes**

le graphique nous fournit aussi les éléments suivants : le cycliste C1 arrive en B à la minute : 675, soit à 11h15'. Le C2 arrive en A à la minute : 783, soit 13h03'. Le point de rencontre R se trouve à 65,45 km du point origine A.

1.5 Le mouvement curviligne uniforme

On peut étendre la notion de mouvement uniforme aux trajectoires curvilignes, c'est-à-dire formées de courbes. Dans ce cas, pour positionner un point sur la trajectoire, on utilisera une abscisse « curviligne ». Un exemple courant est celui des reportages TV où le commentateur indique la position d'un échappé en disant qu'il est au km 87 du parcours ou à 5km de l'arrivée. Les formules établies pour le MRU restent valables pour des trajectoires filiformes complexes, à la condition d'avoir la possibilité de positionner un point quelconque sur la courbe à l'aide d'une abscisse curviligne.

L'abscisse curviligne du point B par rapport au point A, soit $\widetilde{AB}$ se mesure avec un compteur métrique en suivant la trajectoire. Un exemple bien connu est le compteur kilométrique d'une voiture.

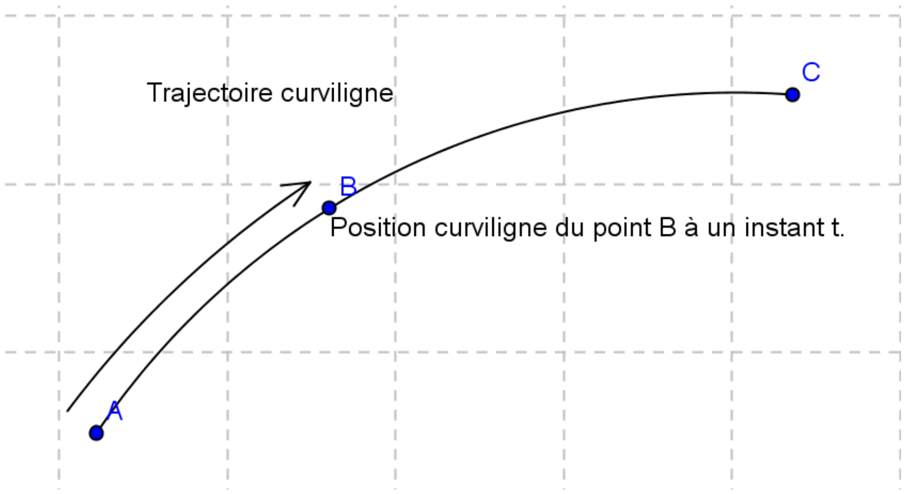

Figure 1.5 – bf Les trajectoires curvilignes

1.5.1 Problème 3

Un train A « direct » quitte la gare du Midi de Bruxelles en direction de Mons à 8h30' avec une vitesse constante égale à 75 km/h. La distance entre les deux gares est 55 km. Un TGV à destination de Paris quitte également la gare du Midi, mais à 9h15' avec une vitesse de 150 km/h. Nous supposerons que les voies suivies par les trains sont parallèles et assez proches l'une de l'autre.
A quelle heure le TGV dépassera le train « direct » ?

1. Choisissons un sens positif sur la trajectoire : de Bxl vers Mons ; un point d'origine, gare du midi. Prenons comme unité de longueur : le km et comme unité de temps : l'heure.
2. *Équation du mouvement du train direct.*
   Le mobile se trouve en A au moment de son départ ; donc $x_0 = 0$ et $\tau_d = 8h30'$. Sa vitesse est positive, égale à 75 km/h.
   $$x(\tau) = 75 \times (\tau - 8.5) \tag{1.7}$$
3. *Équation du mouvement du TGV.*
   Le second mobile se trouve au point origine au moment de son départ ; donc $x(\tau_d) = 0$ et son heure de départ est $\tau_d = 9,25$. Il roule dans le sens positif et sa vitesse est égale à 150 km/h. L'équation de son mouvement est :
   $$x(\tau) = 150 \times (\tau - 9,25) \tag{1.8}$$
4. *Solution*
   Le diagramme Espace — Temps ci-dessous montre les droites de mouvement, ainsi que la solution du problème.

1.6 Le diagramme Vitesse — Temps

Le graphique ci-dessous est relatif au problème précédant. J'ai ajouté le diagramme Vitesse—temps des trains. Le trait noir épais continu pour le train direct et le trait

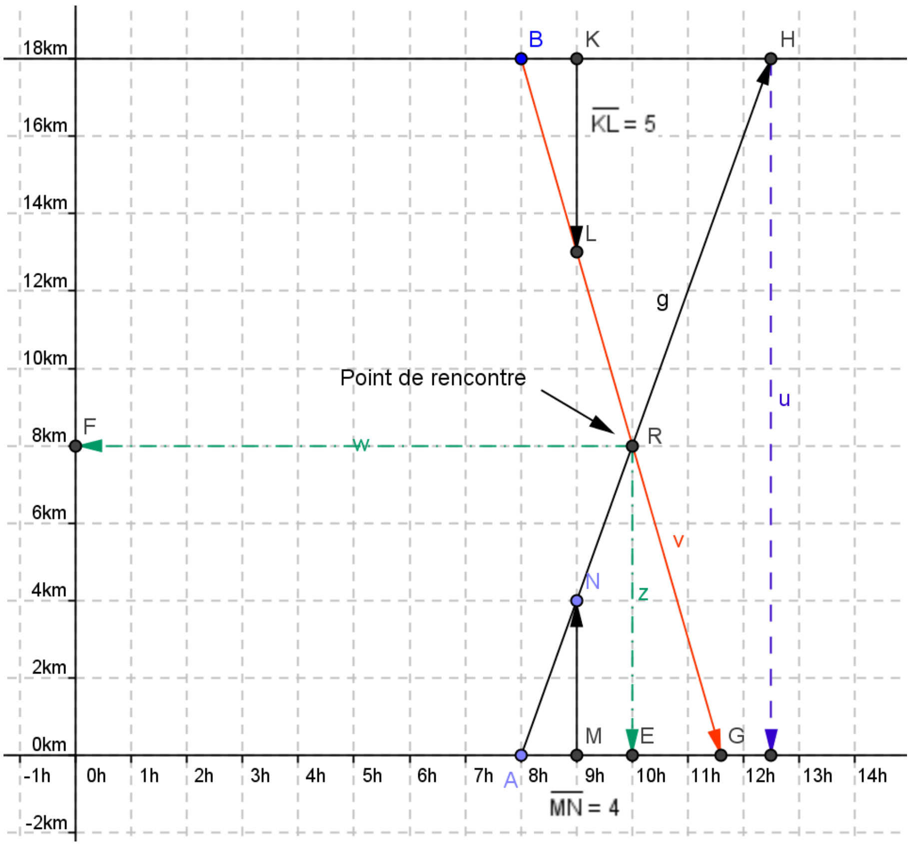

Figure 1.6 – **Le diagramme espace — temps**

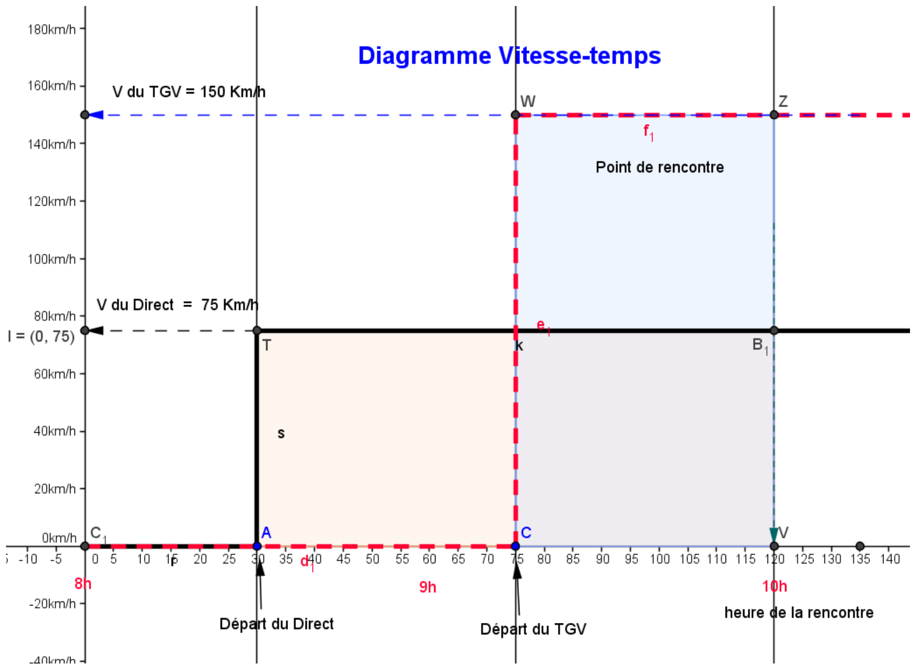

Figure 1.7 – **Le diagramme vitesse temps**

rouge épais en pointillé pour le TGV. Ensuite, j'ai colorié le rectangle A,T,B1,V en saumon. La « longueur horizontale » AV représente la durée du trajet du train direct depuis son départ de la gare du Midi jusqu'au moment où il est rattrapé par le TGV, c'est-à-dire 1h30' ; sa « largeur verticale » représente la vitesse du train direct en fonction du temps, soit 75km/h. Si nous calculons la surface de ce rectangle, on obtient le résultat suivant : $75(km/h) \times 1,5h \ = 112,5km$. Cette valeur représente le chemin parcouru par le train depuis son départ jusqu'à son dépassement par le TGV. Elle est donc égale à l'ordonnée du point de rencontre R des trains du diagramme E-T.
J'ai colorié en bleu ciel le rectangle CWZV relatif au TGV, sa surface est égale au produit de la vitesse du TGV (150 km/h) par la durée du trajet départ/ point de rencontre des trains, soit 45 minutes ou 0,75h. La distance parcourue par le TGV est donc égale à $150 \times 0,75 \ = 112,5 \ km$. Partis du même point à des heures différentes, pour se rencontrer les deux trains ont dû réaliser le même nombre de km. Mais, ce qu'il faut surtout retenir de ces deux diagrammes de « **Vitesse—Temps** », c'est que « *la surface qui se situe d'une part entre la courbe de vitesse d'un mobile et l'axe du temps t et d'autre part, entre deux instants t_0 et t représente le chemin parcouru par le mobile pendant la durée* $(t - t_0)$ ».

1.7 Le mouvement rectiligne uniformément accéléré

Soit une particule se déplaçant sur une droite orientée, munie d'un point origine O, et dont l'équation de mouvement est $e(t) \ = \ 0,5 \times t^2$. Nous constatons sur le diagramme E—T ci-dessous que le chemin parcouru n'est plus proportionnel au temps

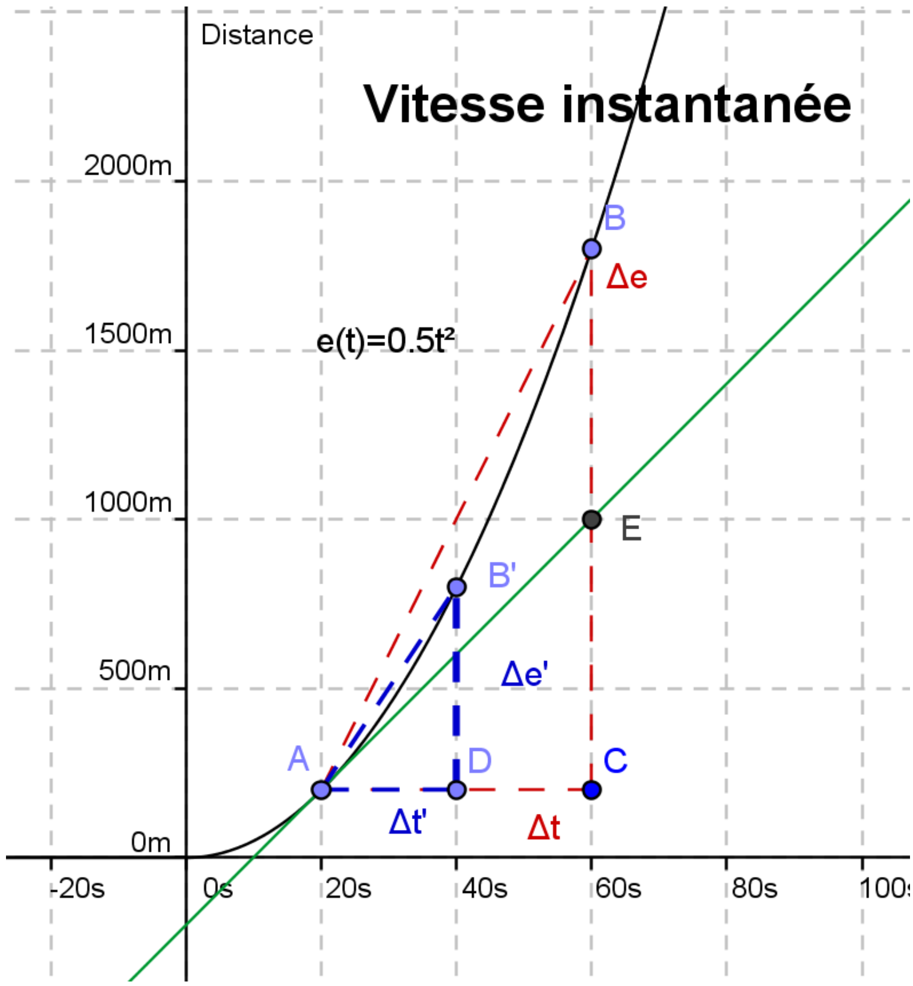

Figure 1.8 – **La vitesse à un instant t**

t. La vitesse de la particule n'est plus constante. Elle change de valeur à chaque instant. Essayons de déterminer la vitesse à l'instant $t = 20$ s. Dans l'intervalle de temps AC, soit 40 s, la particule a effectué un déplacement de 1600 m. Donc, dans cet intervalle, sa vitesse moyenne est égale à : $vmoy = \frac{\Delta e}{\Delta t} = \frac{BC}{AC} = \frac{1600}{40} = 40m/s$. Maintenant, réduisons l'intervalle de temps à 20 s et recalculons la vitesse moyenne, on a : $vmoy = \frac{\Delta e}{\Delta t} = \frac{B'D}{AD} = \frac{600}{20} = 30m/s$; la vitesse moyenne est plus faible dans cet intervalle de temps. Pour obtenir la vitesse de la particule à l'instant $t = 20$, il faut que Δt tende vers zéro et dans ce cas, la vitesse à l'instant t est alors égale à la valeur de la limite définie ci-dessous :

$$v(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta e}{\Delta t} \tag{1.9}$$

Calculons cette limite, on a :

$$\Delta e = e(t + \Delta t) - e(t) = 0,5 \times (t + \Delta t)^2 - 0,5 \times t^2$$

$$\Delta e = 0,5 \times (t^2 + 2.t.\Delta t + \Delta t^2 - t^2)$$

$$\Delta e = 0,5 \times (2.t.\Delta t + \Delta t^2)$$

$$\frac{\Delta e}{\Delta t} = 0,5 \times 2.t + \Delta t$$

$$v(t) = \lim_{\Delta t \to 0} (0,5 \times 2.t + \Delta t) = t$$

$$v(t) = t$$

Nous avons maintenant la possibilité de calculer la vitesse instantanée à chaque instant du mouvement. Ainsi, la vitesse à l'instant t=20s vaut : $v(20) = 20m/s$ et si vous regardez le graphique cette valeur est égale à la tangente de l'angle de la tangente géométrique au point A par rapport à l'axe t.

Le diagramme Vitesse — Temps de ce mouvement est représenté ci-dessous.

Nous constatons que la vitesse de la particule augmente de 1 m/s à chaque seconde qui passe. Ce taux, en fonction du temps, de modification de la vitesse est appelé « *accélération* ». Dans le cas présent, l'accélération est constante, égale à $1m/s^2$. Le coefficient angulaire de la droite du diagramme Vitesse — Temps représente la valeur de cette accélération. La vitesse en fonction de t est formulée comme suit :

$$\boxed{v(t) = a \times t} \tag{1.10}$$

Dans ce type de mouvement, l'accélération est constante. Nous avons affaire à un « *mouvement rectiligne uniformément accéléré (MRUA, en abrégé)* ».

Établissons la formule qui permettra de calculer la distance parcourue par une particule soumise à un tel mouvement. Nous avons vu au point précédent que dans un diagramme Vitesse — Temps, la surface comprise entre la courbe v(t) et l'axe du temps, située entre deux instants t_1 et t_2 est égale à la distance parcourue $e(t_2 - t_1)$ par la particule pendant le laps de temps $(t_2 - t_1)$. Appliquons cette règle dans le cas du MRUA en choisissant les bornes temporelles suivantes : $t_1 = 0$ et $t_2 = t$ et calculons l'aire du triangle ACD ayant une base égale à t et une hauteur égale à $a \times t$. Nous avons

$$Aire(\triangle ABC) = \frac{base \times hauteur}{2}$$

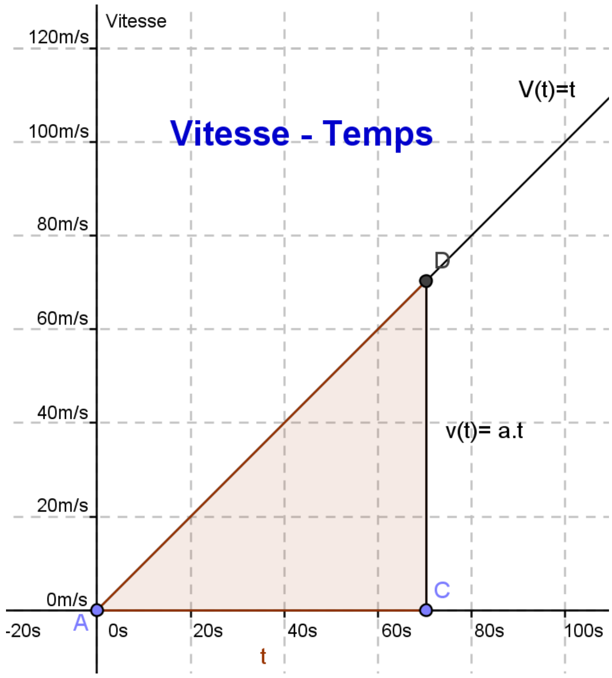

Figure 1.9 – **Le diagramme vitesse - temps du MRUA**

En remplaçant les paramètres précédents par ceux du diagramme V–T, il vient

$$e(t) = \frac{t \times a.t}{2}$$

$$\boxed{e(t) = \frac{a \times t^2}{2}} \tag{1.11}$$

Calculons $e(t), v(t)$ à l'instant $t = 60\ s$ avec $a = 1$. On a :

$$v(60) = a \times t = 1 \times 60 = 60\ m/s$$

$$e(60) = \frac{1 \times 60^2}{2} = 1800\ m$$

Or, l'équation du mouvement est $e(t) = 0,5 \times t^2$ et avec t=60 s, on obtient le résultat suivant : $e(60) = 0,5 \times 60^2 = 1800\ m$. Les valeurs d'espace parcouru et de vitesse concordent avec celles des diagrammes E-T et V-T.

L'équation du mouvement peut être généralisée. En effet, la particule peut très bien commencer son mouvement à partir d'un point d'abscisse x_0 avec une vitesse initiale v_0. Dans ce cas, l'équation du mouvement devient

$$\boxed{x(t) = x_0 + v_0 \times t + \frac{a \times t^2}{2}} \tag{1.12}$$

1.8 La chute des corps dans le vide

Tous les corps situés à la surface de la Terre subissent une force due au phénomène de gravitation. [3] Il résulte de cette force d'attraction terrestre que si nous lâchons un objet situé à une certaine hauteur au dessus du sol, il tombe en direction du centre de la Terre. Évidemment au contact du sol, sa chute s'arrêtera. On constate que tous les corps tombent tous avec la même accélération $\vec{g}$ égale à $9,81\ m/s^2$ et ce quelle que soit leurs « *masses* ». [4] En principe, une pierre d'une tonne ne tombe pas plus vite qu'une plume d'oiseau, mais la présence de l'atmosphère, c'est-à-dire l'air que nous respirons, ne ralentira pratiquement pas la chute de la pierre alors que celle de la plume sera très perturbée par le frottement de l'air lors de sa descente. Pour démontrer expérimentalement que tous les corps, plumes y compris, tombent de la même façon, il est indispensable de réaliser les expériences dans le vide.

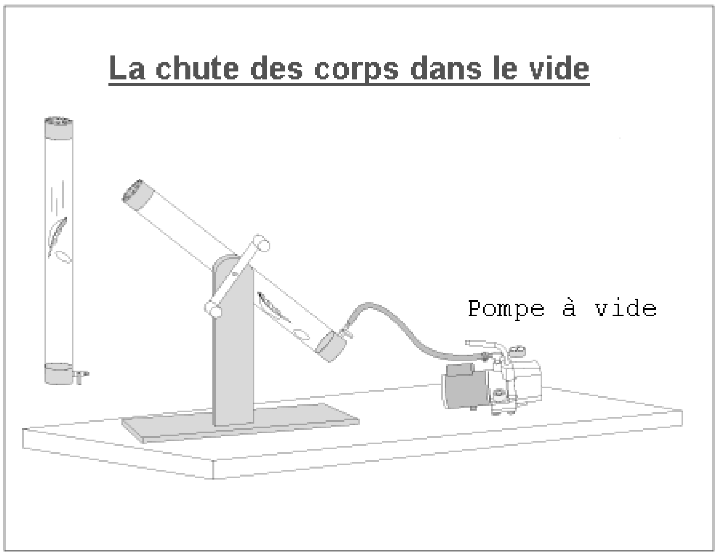

Figure 1.10 – Chute des corps dans le vide
[?]

1.8.1 Problème 1

Afin de déterminer approximativement la profondeur d'un puits asséché, un lycéen ayant ses oreilles situées à 1,65 m du sol, y laisse tomber une pierre de forme sphérique juste au niveau du bord du puits, soit 1 m par rapport au sol. Il mesure une durée de 5 secondes entre l'instant où il lâche la pierre et celui où il perçoit le « bruit »du choc sur le fond. Sachant que la vitesse du son est $340\ m/s$. *Quelle est la profondeur du puits ?*

1. Nous avons affaire à deux types de mouvements différents.
   La pierre a un mouvement rectiligne uniformément accéléré. Son accélération est $9.81\ m/s^2$. Alors que le son se propage à une vitesse constante égale à 340 m/s.

3. Nous étudierons la loi de la gravitation universelle plus loin de ce cours.
4. La masse d'un corps pur dépend du nombre et de la masse des atomes qu'il contient.

2. Prenons comme axe des distances, l'axe vertical du puits orienté positivement vers le haut. Choisissons un point origine O sur cet axe, situé à **la hauteur des oreilles du lycéen**.
3. Établissons l'équation du mouvement de la pierre. Compte tenu de la différence de hauteur entre le point origine et la pierre à l'instant t=0, l'ordonnée de la pierre est égale à $y_0 = -0,65\ m$. La pierre en tombant se déplace dans le sens négatif ; d'où son accélération est négative et son équation de mouvement est la suivante :

$$y(t) = -0,65 - \frac{9,81}{2} \times t^2$$

4. L'équation de la propagation du son est simple ; il s'agit d'ondes sonores dont la vitesse est constante, d'où on peut écrire :

$$g(t) = 340 \times (t - 5)$$

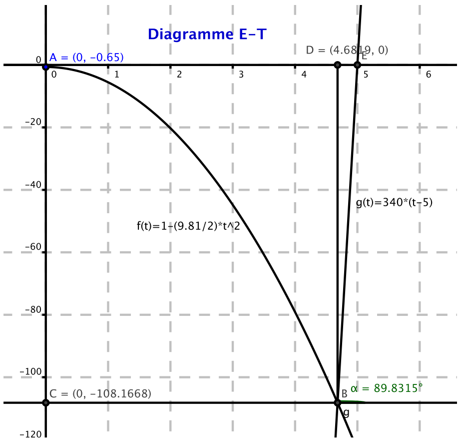

Figure 1.11 – **Le puits**

5. Le diagramme Espace—Temps ci-dessous vous montre les courbes $f(t)$ et $g(t)$ qui représentent respectivement la chute de la pierre et la propagation du son. Attention ! l'ordonnée du point B n'est pas la profondeur du puits, c'est la distance qui sépare le point origine du fond du puits. Donc, pour obtenir la profondeur du puits, il faut soustraire de l'ordonnée de B celle du bord du puits, c'est-à-dire y(bord du puits)= -0,65 m. Donc, la profondeur du puits vaut $-108,1668 + 0,65 = -107,5168\ m$.

   Le graphique nous indique que la durée de la chute de la pierre est : 4,6819 s. Vérifions si le chemin parcouru par la pierre pendant ce laps de temps correspond bien à la profondeur du puits. On a

$$e(t) = -\frac{g}{2} \times t^2 \ = -(9,81/2) \cdot 4,6819^2 \ = -107,518\ m$$

   Cela confirme bien la profondeur du puits.

   Enfin, la durée de propagation du paquet d'ondes acoustiques qui constitue le bruit dû à l'impact de la pierre sur le fond du puits est égale à la durée totale des deux mouvements de laquelle il faut soustraire la durée de la chute de la pierre ;

cela donne : $5 - 4,6819 = 0,3181\ s$. Le paquet d'ondes a parcouru la distance de 108,1668 m en 0,3181 s. Le rapport de ces deux valeurs doit nous confirmer la vitesse de propagation du son. Ce rapport vaut 340,04 m/s. Ce qui confirme assez précisément la vitesse du son.
CQFD !

1.9 Exercices

1. Le Soleil est distant de la Terre d'environ 150 millions de km. La vitesse de la lumière dans le vide et dans l'air est 300.000 km/s. Quel laps de temps met la lumière solaire pour nous parvenir ?
2. Un camion part du point O et roule sur une route rectiligne. Au moment où il passe le point P_0, son compteur de vitesse indique 50 km/h. A partir de ce moment, on lui communique une accélération constante de $1m/s^2$. Il arrive en P, 10 secondes plus tard. Que vaut sa vitesse ? Déterminer la distance P_0 P parcourue par le mobile et la distance de P au point origine sachant que la distance OP_0 est égale à x_0= 500 m.
3. Un train a une vitesse de 25 m/s. Il ralentit uniformément et s'arrête au bout de 10 secondes.
   (a) Quelle est son accélération ?
   (b) Quel chemin parcourt-il avant de s'arrêter ?
4. Un corps arrive au sol avec une vitesse de 30 m/s. A quelle hauteur a-t-il été lâché ? Quelle est la durée de sa chute ?
5. Quelle vitesse initiale faut-il communiquer à un projectile pour que, partant verticalement vers le haut, il puisse atteindre une hauteur de 5000 m ?
6. Deux cyclistes passent en même temps au point A situé à 2000 m d'un autre point B. Le premier a une vitesse constante de 6 m/s. Le second passe en A avec une vitesse de 3 m/s. Calculer l'accélération constante qu'il doit prendre pour arriver en B au même instant que le premier ?

1.10 Les vecteurs vitesse et accélération

La figure ci-dessous reprend l'exemple de la chute d'une pierre dans un puits. La figure indique que l'accélération est un vecteur $\vec{g}$ constant de longueur égale à $9,81m/s^2$. Un vecteur constant signifie que sa direction, son sens et sa longueur restent invariables. Évidemment, le point d'application du vecteur $\vec{g}$ reste attaché au centre de la pierre durant la chute de cette dernière. A l'instant $t = 0$, c'est-à-dire juste au moment où le lycéen lâche la pierre, celle-ci se trouve en P_0 et sa vitesse est nulle. Mais dès ce moment, le vecteur accélération $\vec{g}$ va jouer son rôle en « *produisant* »de la vitesse qui augmentera progressivement avec le temps. Nous savons déjà que dans un mouvement uniformément accéléré, la vitesse est égale au produit

$$\vec{v} = \vec{g} \times t$$

Après 1 seconde, la longueur du vecteur vitesse $\vec{v}$ sera 9,81 m/s et 4 secondes plus tard, son module aura atteint la valeur de 49,05 m/s. Et ainsi de suite... Le vecteur $\vec{v}$ est

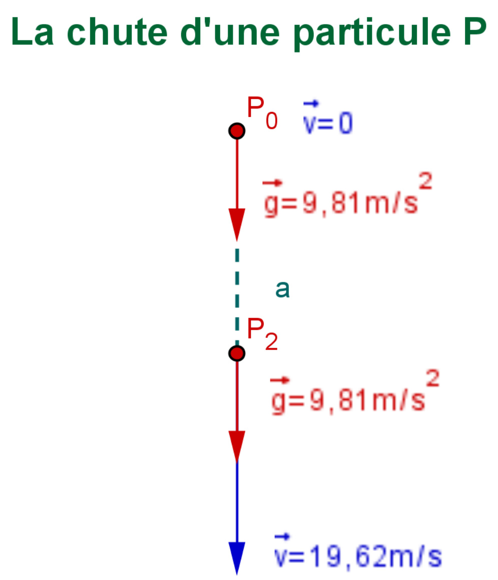

Figure 1.12 – La chute d'une pierre dans un puits

colinéaire du vecteur $\vec{g}$. La direction et le sens du vecteur $\vec{v}$ ne change pas ; dès lors, le mouvement de la pierre est rectiligne. Le point d'application de $\vec{v}$ est aussi attaché au centre de la pierre. En tout point de la trajectoire, le vecteur $\vec{v}$ y toujours tangent. Seule la longueur de $\vec{v}$ croît avec le temps t.

1.11 Composition de deux mouvements rectilignes uniformes

La composition de deux mouvements rectilignes uniformes est une affaire de vecteurs. Dans le cas d'un MRU, le vecteur « vitesse » est constant. Dès lors, la composition de deux MRU se résume à faire la somme des deux vecteurs constants. Dès lors, on a :

$$\vec{V_r} = \vec{V_1} + \vec{V_2}$$

Le vecteur $\vec{V_r}$ représente la vitesse résultante de la composition des deux mouvements. A titre d'exemple, soit un système de référence rectangulaire formé des vecteurs unitaires $\vec{u_x}$ et $\vec{u_y}$ et deux vecteurs définis comme suit : $\vec{V_1} = 5 \times \vec{u_x} + 4 \times \vec{u_y}$ et $\vec{V_2} = 2 \times \vec{u_x} + 8 \times \vec{u_y}$. Qu'elles sont les coordonnées du vecteur résultant $\vec{V_r}$? Le calcul vectoriel nous permet de trouver la réponse : $\vec{V_r} = (5+2) \times \vec{u_x} + (4+8) \times \vec{u_y} = 7 \times \vec{u_x} + 12 \times \vec{u_y}$. La figure ci-dessous montre la solution graphique du problème. On constate que chaque composante de la vitesse résultante est égale à la somme des composantes respectives des

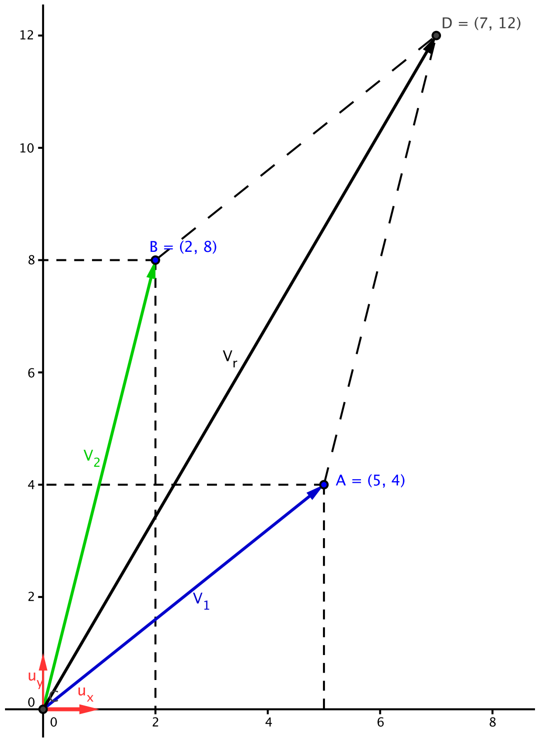

Figure 1.13 – **La composition de vitesses**

deux vitesses $\vec{V_1}$ et $\vec{V_2}$. Maintenant, nous pouvons écrire les équations du mouvement suivantes :

$$\begin{cases} x(t) = 7 \times t \\ y(t) = 12 \times t \end{cases}$$

Dans ce système d'équations, le chiffre 7 représente la vitesse de la particule dans la direction horizontale, celle de $\vec{u_x}$, soit 7 m/s et la seconde équation nous indique que la particule se déplace verticalement à la vitesse de 12 m/s. Nous sommes maintenant capables de calculer les coordonnées de la particule à un instant t quelconque. Par exemple, à l'instant $t = 47s$, les coordonnées de la particule sont :

$$\begin{cases} x(47) = 7 \times t = 7 \times 47 = 329\ m \\ y(47) = 12 \times t = 12 \times 47 = 564\ m \end{cases}$$

1.11.1 Problème

Un nageur a l'intention de traverser une rivière dont il estime le courant à 0,75 m/s. La rivière a une largeur de 100 m. Le nageur sait qu'il est capable de nager à la vitesse de 1,5 m/s. Les questions sont les suivantes :

1. *Quelle direction doit-il choisir pour que sa trajectoire soit perpendiculaire à la rivière ?*
2. *Combien de temps mettra-t-il pour traverser la rivière ?*

Solution

Sur la figure ci-dessous, il y a :

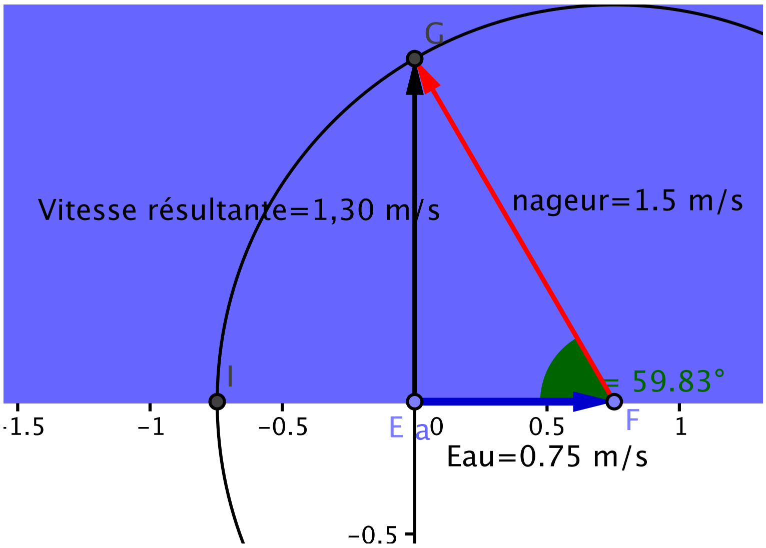

Figure 1.14 – **Le nageur**

1. Le vecteur bleu représente la vitesse du courant de la rivière.
2. A l'extrémité de ce vecteur, on trace un cercle d'un rayon égal à la vitesse du nageur.
3. A l'origine du vecteur bleu, on trace une droite perpendiculaire à la rive de la rivière.
4. L'intersection du cercle et de la perpendiculaire définit l'extrémité du vecteur rouge représentant la vitesse du nageur.
5. Le vecteur noir représente la somme des deux vecteurs, c'est-à-dire la composition des deux mouvements.

Considérons le triangle EFG et calculons à l'aide du théorème de Pythagore la longueur du vecteur EG qui est la vitesse qui résulte de la somme des deux vecteurs. On a :

$$EG = \sqrt{FG^2 - EF^2} = \sqrt{1,5^2 - 0,75^2} = 1,3\ m/s$$

La composition des deux vitesses : vitesse de l'eau et vitesse du nageur aboutit à une vitesse résultante égale à $1.3\ m/s$. Calculons maintenant l'angle $\widehat{F}$ donnant la direction que le nageur doit suivre pour qu'il en résulte une trajectoire perpendiculaire à la rivière. La trigonométrie nous permet d'écrire :

$$\sin\widehat{F} = \frac{EG}{FG} = \frac{1,3}{1,5} = 0,866$$

$$\widehat{F} = \arcsin 0,866 =\simeq 60°$$

1.12 Le Tir horizontal

Si l'on néglige les frottements de l'air sur la particule, on peut admettre que le tir horizontal se résume à la composition de deux mouvements, à savoir : un mouvement horizontal rectiligne uniforme de vitesse V et un mouvement vertical uniformément accéléré dû à l'attraction terrestre, identique à la chute verticale d'un corps. Imaginons

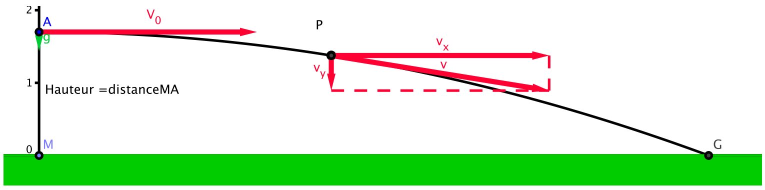

Figure 1.15 – **Le tir horizontal**

un engin capable de lancer horizontalement une particule P d'une certaine hauteur h, à une vitesse initiale V_0. Les équations de mouvement sont

$$\begin{cases} x(t) = V_0 \times t \\ y(t) = h - \frac{g}{2} \times t^2 \end{cases} \tag{1.13}$$

avec $|\vec{g}| = 9,81\ m/s^2$ (accélération due à la force d'attraction terrestre).
Les équations de mouvement permettent évidemment de déterminer les coordonnées de la particule à chaque instant t, mais aussi de calculer directement l'instant t_0 de l'impact de la particule P sur le sol en posant $y(t_0) = 0$. On a

$$y(t_0) = 0$$

$$0 = h - \frac{g}{2} t_0^2$$

$$t_0 = \sqrt{\frac{2 \times h}{g}}$$

En remplaçant t_0 dans la première équation de mouvement, on obtient la valeur de la portée. Celle-ci vaut

$$x(t_0) = V \times \sqrt{\frac{2 \times h}{g}}$$

1.12.1 Exemple

a)Calculons la portée pour une particule lancée à la vitesse $V = 100\ m/s$*, d'une hauteur de* $300\ m$*.*

Solution

Le résultat est

$$x(t_0) = V \times \sqrt{\frac{2 \times h}{g}} = 100 \times \sqrt{\frac{2 \times 300}{9,81}} = 782\ m$$

b)le même tir, mais seulement à une hauteur de $100\ m$

Solution

La portée est égale à

$$x(t_0) = V \times \sqrt{\frac{2 \times h}{g}} = 100 \times \sqrt{\frac{2 \times 100}{9,81}} = 452\ m$$

On constate que la portée s'est réduite sensiblement. Si l'on considère le domaine militaire, on peut affirmer qu' avec un même canon, plus on est haut plus on tire loin ! De là, toute l'importance de l'occupation des points culminants dans la stratégie militaire.

1.13 Le mouvement angulaire

Soit un disque de centre O sur lequel on a tracé un rayon OB. A l'instant t=0, l'angle $D\hat{O}B$ vaut θ_0. A ce même instant, à l'aide d'un moteur électrique, on enclenche la rotation du disque autour de son centre.

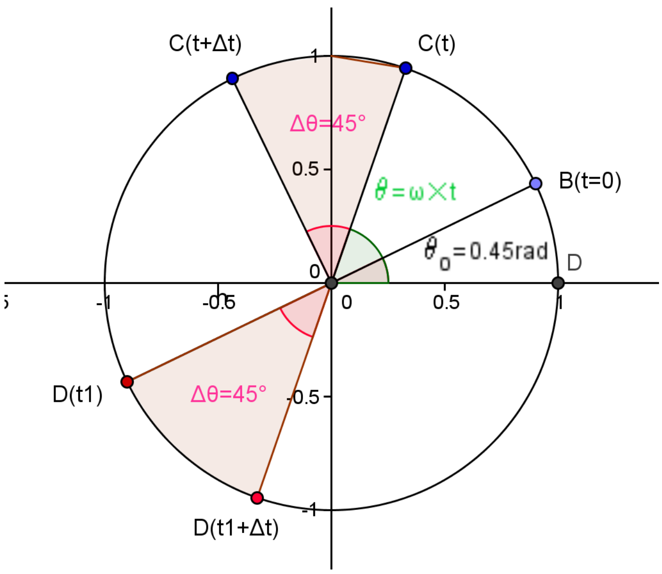

Figure 1.16 – Le mouvement angulaire

Nous ne savons pas si la vitesse de rotation est constante et quelle en est sa valeur. A l'aide d'appareils photographiques, nous obtenons la position du rayon OB aux instants t, $t + \Delta t$, $t1$, $t1 + \Delta t$ avec $\Delta t = 0,1s$. Nous constatons que les amplitudes de l'angle parcouru par OB entre t et $t + \Delta t$ et entre $t1$, $t1 + \Delta t$ sont les mêmes. Conclusion : le disque a une vitesse angulaire constante valant

$$\omega = \Delta\theta/\Delta t = 45°/0,1 = 450°/s$$

En physique, on utilise aussi le radian pour exprimer l'amplitude d'un angle. Sachant que $360° = 2\pi$ radians, ω vaut $\frac{5\pi}{2}$, soit 7,85 rad/s.

Il est facile d'écrire l'équation générale du mouvement du rayon OB en fonction du temps et de la condition initiale, on a

$$\theta(t) = \theta_0 + \omega \times t \tag{1.14}$$

et, dans le cas de notre exemple, on écrira :

$$\theta(t) = 0,45 + 7,85 \times t$$

Exemple
Calculer la vitesse angulaire d'un rayon tournant à la vitesse de 1500 tours par minute.

- Une minute vaut 60 secondes, dès lors le nombre de tours par seconde est égal à $1500/60 = 25$ tr/s.
- 1 tour vaut 2π radians.
- En multipliant les deux nombres précédents, on obtient la réponse suivante : $\omega = 25 \times 2\pi = 157$ rad/s.

La formule 1.14 vous donne la vitesse angulaire d'un mobile faisant N tours par minute.

$$\omega = \frac{\pi \times N}{30}(rad/s) \tag{1.15}$$

1.14 Le mouvement circulaire uniforme

La figure ci-dessous montre une particule P suivant une trajectoire circulaire de rayon R avec une vitesse angulaire ω constante. La position de la particule est déterminée par ses coordonnées x et y dont les équations en fonction de t sont

$$x(t) = R \times \cos(\omega \times t)$$

$$y(t) = R \times \sin(\omega \times t)$$

Calculons la vitesse instantanée de la particule à l'instant t. Pour cela, nous devons en calculer ses composantes, soient $v_x(t)etv_y(t)$ à l'aide des limites suivantes

$$\vec{v_x(t)} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x(t)}{\Delta t} \times \vec{u_x}$$

$$\vec{v_y(t)} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta y(t)}{\Delta t} \times \vec{u_y}$$

On aboutit aux résultats suivants :

$$\vec{v_x(t)} = -\omega.R \times \sin(\omega.t).\vec{u_x}$$

$$\vec{v_y(t)} = \omega.R \times \cos(\omega.t).\vec{u_y}$$

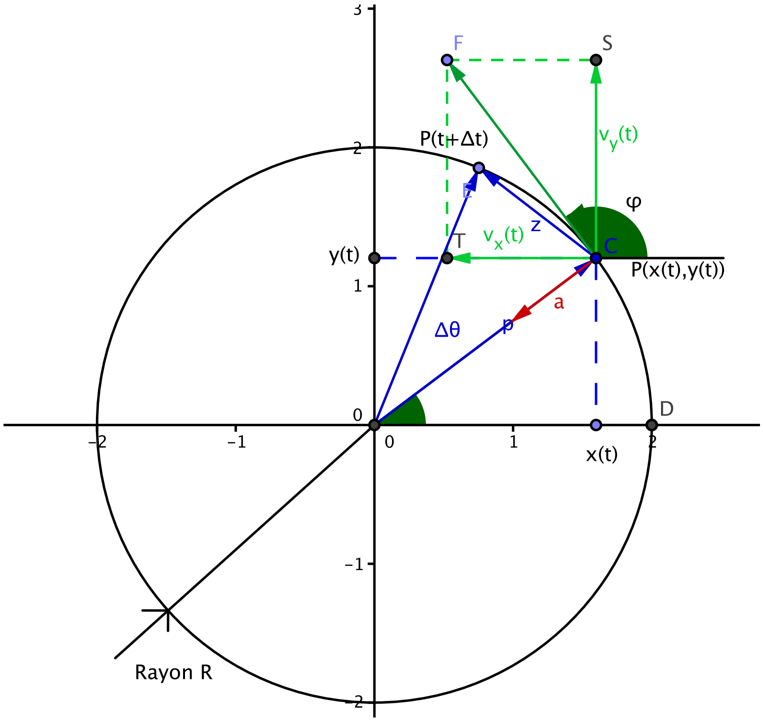

Figure 1.17 – Le mouvement circulaire

Le module de la vitesse $\|v(t)\|$ est égal à l'hypoténuse du triangle FSC ; en appliquant le théorème de Pythagore, il vient

$$\|v(t)\| = \sqrt{\|v_x(t)\|^2 + \|v_y(t)\|^2}$$

Le résultat se réduit à la formule suivante

$$\boxed{\|v(t)\| = \omega.R} \tag{1.16}$$

En multipliant les deux membres de l'équation précédente par un certain laps de temps, par exemple Δt, on obtient

$$v(t) \times \Delta t = \omega.\Delta t \times R$$

Or, le premier membre de la relation précédente exprime le chemin parcouru par la particule pendant l'intervalle de temps Δt et son second membre la longueur d'un arc de cercle de rayon R ayant un angle au centre $\theta(\Delta t)$ égal au produit de la vitesse angulaire ω par Δt. Cette relation est semblable à celle du mouvement rectiligne uniforme, le chemin parcouru est toujours proportionnel au produit de la vitesse et du temps qui passe. Mais, dans le premier cas, le chemin parcouru est un segment de droite, alors que dans le second, il s'agit d' un arc de cercle.

Pour calculer l'angle ϕ (angle du vecteur v par rapport à l'axe des abscisses), la trigonométrie nous permet d'écrire la relation suivante

$$\boxed{\tan\phi = -\frac{1}{\tan(\omega.t)}} \tag{1.17}$$

La valeur de ϕ est égale au coefficient angulaire de la droite tangente passant par le point où se trouve la particule, cela démontre que le vecteur $\vec{v}$ est toujours tangent à la trajectoire de la particule.

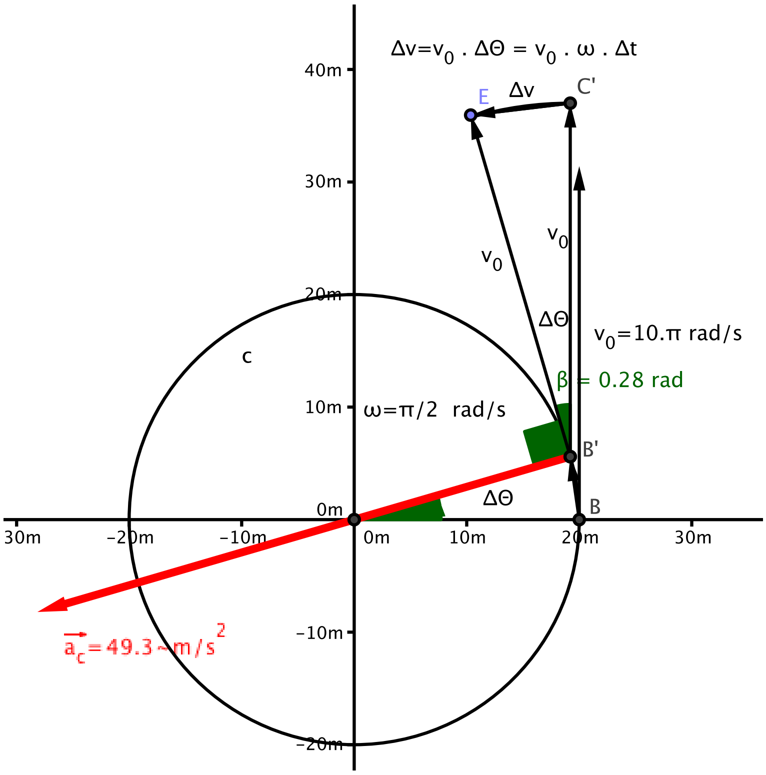

Figure 1.18 – **L'accélération centripète**

Mais attention, le vecteur « vitesse » *à lui-seul* ne suffit pas à expliquer le mouvement circulaire. En effet, tout corps quel qu'il soit, soumis uniquement à un vecteur $\vec{v}$ ne peut effectuer qu'un mouvement rectiligne.

Dans le cas d'une trajectoire circulaire, le vecteur $\vec{v}$ doit pivoter de manière à incurver la trajectoire suivie par la particule. Le vecteur $\vec{v}$ change donc au cours du temps, puisqu'il fait une rotation de $2.\pi$ radians à chaque fois que la particule effectue un tour. Ce *changement de vitesse par rapport à t* indique l'existence d'un vecteur d'accélération $\vec{a}$, absolument nécessaire à la rotation du vecteur $\vec{v}$. Le vecteur $\vec{a}$ ne peut pas provoquer d'augmentation de la vitesse $v(\vec{t})$ puisqu'elle est constante. Dès lors, le vecteur $\vec{a}$ *doit obligatoirement être perpendiculaire au vecteur $\vec{v}$ et orienté vers le centre afin que le vecteur $\vec{v}$ tourne autour de celui-ci*. L'accélération $\vec{a}$, dirigée vers le centre, est appelée *accélération centripète*.

Pour établir la formule donnant le module de l'accélération centripète $\vec{a_c}$, analysons la figure 1.14. Il s'agit d'un mouvement circulaire à vitesse angulaire ω constante égale à $\frac{\pi}{2}$ rad/s, ayant un rayon R de 20 m. Le module de la vitesse « *tangentielle* »est calculé avec la formule : $\|\vec{v}\| = \omega.R = \frac{\pi}{2} \times 20 = 31,4\ m/s$. D'une manière générale, l'accélération a été définie comme le taux de modification du vecteur $\vec{v}$ en fonction du temps. L'accélération est une fonction de t et comme la vitesse instantanée, l'accélération à un instant t est une valeur limite définie comme suit

$$\boxed{\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}} \tag{1.18}$$

Lorsque $\Delta t \Rightarrow 0$, $\Delta\theta \Rightarrow 0$. A la limite, le vecteur $\Delta\vec{v}$ (C'E sur la fig.1.14) se confond parfaitement avec l'arc de cercle correspondant au déplacement de l'extrémité « C' » du vecteur $\vec{v}$ lors de sa rotation $\Delta\theta$. La variation de la vitesse $\Delta\vec{v}$ est égale à celle de l'arc de cercle qui vaut

$$\Delta\vec{v} = \|\vec{v}\| \times \Delta\theta = \omega.R \times \omega.\Delta t = \omega^2.R \times \Delta t$$

D'où

$$\vec{a_c} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{\omega^2.R \times \Delta t}{\Delta t} = \omega^2.R = \frac{v^2}{R}$$

$$\boxed{\|\vec{a_c}\| = \omega^2.R \; ou \; \frac{v^2}{R}} \tag{1.19}$$

Avec les valeurs de l'exemple, on trouve $a_c = \frac{31{,}4^2}{20} = 49,3\ m/s^2$.

1.15 Le principe de relativité

L'étude des mouvements nécessite le choix d'un système de coordonnées de référence. Si on prend un système de référence quelconque, l'espace est non homogène et anisotrope. Cela signifie que même un corps ne subissant aucune action extérieure (aucune interaction avec autre chose), ses positions et ses différentes orientations ne seront pas équivalentes du point de vue mécanique. Il en sera de même pour le temps qui ne sera pas uniforme, c'est-à-dire que ses différents instants ne seront pas équivalents. Considérons l'exemple d'un individu en action de pêche, assis dans sa barque au milieu d'un petit étang, en bordure duquel se trouve un restaurant. A cause d'un vent assez soutenu, une petite houle s'est formée sur l'étang entrainant avec elle la barque dans un mouvement ondulatoire à la surface de l'eau. Si nous choisissons la barque comme origine de notre système de référence et le pêcheur comme observateur d'événements, ce dernier verra l'enseigne du restaurant décrire un mouvement pratiquement vertical. En train de descendre quand la barque monte, marquant un instant de repos lorsque la barque est au sommet de la vague et ensuite, de commencer une remontée lorsque la barque amorce sa descente sous l'effet de la houle et ainsi de suite. Pour un observateur « terrien »situé en bordure de l'étang, l'enseigne du restaurant ne bouge pas ; elle est au repos et ce, quel que l'instant t considéré. Alors que pour le pêcheur, l'enseigne est seulement au repos qu'à des instants particuliers. Pour le pêcheur, le temps n'est donc pas uniforme. En effet, comment peut-il comprendre qu'à certains moments, l'enseigne du restaurant s'arrête et ensuite redémarre alors qu'aucune force ou interaction n'agit sur elle. Le système de référence du pêcheur ne permet pas de décrire les lois du mouvement d'une manière cohérente.

Cependant, il est toujours possible de trouver un système de référence par rapport auquel l'espace sera homogène, isotrope et le temps uniforme. Un tel système est dit « *galiléen* ».[5]. *En particulier, dans un système galiléen, une particule libre et au repos à un instant donné restera au repos indéfiniment.* Une particule « *libre* »signifie qu'elle n'est soumise à aucune influence extérieure. En choisissant un autre système galiléen animé d'un mouvement

5. les systèmes « galiléens » s'appellent aussi systèmes « inertiels »

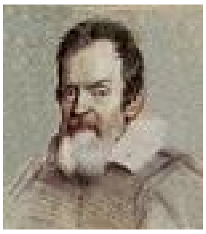

Figure 1.19 – Galilée 1564-1642

rectiligne uniforme par rapport au premier, les lois du mouvement seront les mêmes que dans le système initial. Nous arrivons ainsi à la conclusion qu'une particule libre se déplacera avec une vitesse $\vec{v}$ constante qui signifie que la vitesse est constante en grandeur et en direction. Ce type de mouvement est le mouvement rectiligne uniforme. le repos étant le cas particulier du MRU à vitesse nulle. Cette affirmation est appelée « *principe d'inertie* ». Ainsi, il existe une infinité de systèmes galiléens animés les uns par rapport aux autres d'un MRU. Dans ces systèmes, les propriétés de l'espace et du temps sont les mêmes. Et par voie de conséquence, toutes les lois de la Mécanique y sont également les mêmes. Ceci constitue le principe de relativité de Galilée.

Ce principe de relativité qui est un des principes les plus importants de la Mécanique nous permet d'affirmer :

1. il n'existe aucun système de référence « absolu ».
2. Les coordonnées (x, y, z) et (x', y', z') d'un même point dans deux systèmes de référence galiléens S et S' dont le second se déplace par rapport au premier avec une vitesse V constante sont liées par les relations suivantes :

$$\begin{cases} x(t) = x'(t') + V_x \times t' \\ y(t) = y'(t') + V_y \times t' \\ z(t) = z'(t') + V_z \times t' \end{cases} \tag{1.20}$$

   où V_x, V_y, V_z sont les composantes de V dans le système de référence S.
3. En Mécanique classique, on admet que le temps s'écoule de la même façon dans tous les systèmes de référence galiléens. Aussi, le temps a un caractère « absolu ». L'hypothèse du temps absolu n'est formulée qu'en Mécanique classique.[6] On pose dès lors la relation suivante :

$$t = t' \tag{1.21}$$

Les formules 1.19 et 1.20 sont appelées transformations de Galilée.
En guise de conclusion, disons que ***le principe de relativité implique l'invariance des équations de mouvement par rapport aux transformations de Galilée.***

Traitons un exemple pour illustrer cette notion de relativité du mouvement. Soit une particule tombant sous l'effet de l'accélération due à l'attraction terrestre $\vec{g} = 9,81\, m/s^2$. Dans le système de référence plan Oxy, le $\vec{g}$ est parallèle à l'axe Oy, orienté vers le bas. La hauteur de la particule au moment t=0 est égal à 60 m.

L'observateur associé au système I (Oxy) verra tomber verticalement la particule selon un MRUA.

6. L'hypothèse d'un temps absolu n'est plus vraie en Mécanique relativiste.

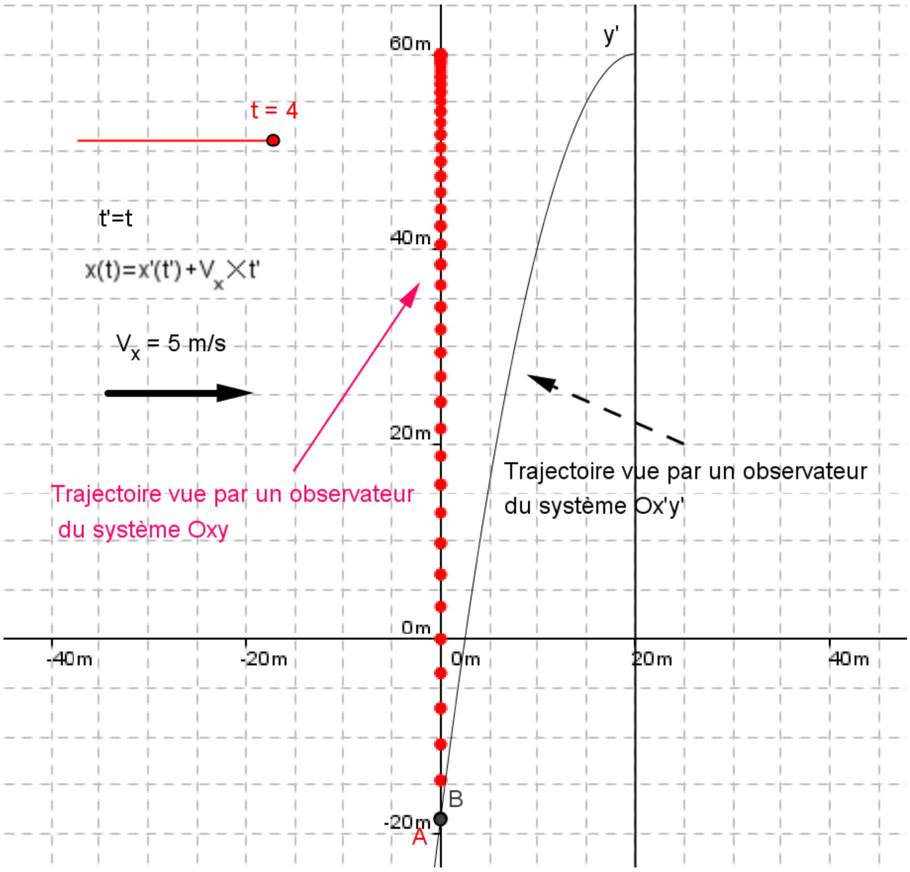

Figure 1.20 – **Le principe de la relativité**

Mais l'autre observateur associé au système de référence II (O'x'y') se déplaçant vers la droite avec une vitesse constante $V_x = 5m/s$ verra la particule décrire une trajectoire parabolique. Cette trajectoire est tout-à-fait normale ; elle résulte simplement de la combinaison des deux mouvements exécutés dans un même plan, et perpendiculaires entre-eux : la chute verticale de la particule suivant un mouvement MRUA et le MRU horizontal de l'observateur associé à O'x'y'.

Vérifions l'invariance des équations de mouvement par rapport aux transformations de Galilée. Dans le système I, les équations du mouvement sont

$$\begin{cases} x(t) = 0 \\ y(t) = 60 - g \times t^2/2 \end{cases} \tag{1.22}$$

Les transformations de Galilée sont les relations 1.19 et 1.20. En les appliquant à notre exemple, on a

$$\begin{cases} x(t) = x'(t') + V_x \times t' \Rightarrow = x'(t') + 5 \times t' \\ y(t) = y'(t') + V_y \times t' \Rightarrow = y'(t') \end{cases}$$

Dans le système II, les équations du mouvement sont

$$\begin{cases} 0 = x'(t') + 5 \times t' \Rightarrow x'(t') = -5 \times t' \\ y'(t') = y(t) = 60 - g \times t'^2/2 \end{cases}$$

En résumé, nous avons les éléments suivants :

1. Dans le système Oxy, les équations de mouvement sont :

$$\begin{cases} x(t) = 0 \\ y(t) = 60 - g \times t^2/2 \end{cases}$$

2. Dans le système Ox'y', les équations de mouvement sont :

$$\begin{cases} x'(t') = -5 \times t' \\ y'(t') = y(t) = 60 - g \times t'^2/2 \end{cases}$$

3. Nous constatons que y(t)=y'(t'), seules les relations x(t) et x'(t') semblent différentes. Calculons x(t) à partir de x'(t') en utilisant la première relation des transformations, on a :

$$x(t) = x'(t') + V_x \times t'$$
$$x(t) = x'(t') + 5 \times t$$

Remplaçons x'(t') par son expression dans le système Ox'y' : $x'(t) = -5 \times t'$, il vient :

$$x(t) = -5 \times t' + 5 \times t' = 0$$
$$x(t) = 0$$

On retrouve la première équation de mouvement dans le système Oxy. Il y a donc bien invariance des équations de mouvement. Les deux observateurs peuvent alors se mettre d'accord sur le fait que leurs équations respectives, quoique différentes puisque rattachées à deux systèmes de référence différents, sont en fait les mêmes lorsqu'on les transforme pour les faire passer d'un système de référence à l'autre.
CQFD !

Chapitre 2

La dynamique

2.1 Introduction

La dynamique est la partie de la Mécanique qui établit le lien entre les forces qui agissent sur un corps et le mouvement de ce dernier.

2.2 L'évolution des idées à propos de la dynamique

Aujourd'hui, la compréhension du mouvement vous semble peut-être évidente . Mais, sachez que le mouvement fût un problème totalement incompris pendant plusieurs siècles. Le grand philosophe grec Aristote qui vécu au IV^{e} siècle av. J.-C. aurait soutenu

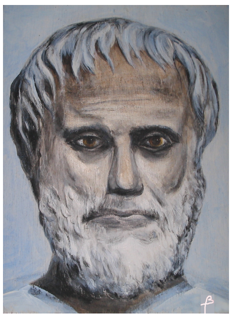

Figure 2.1 – Aristote 384 av. J.-C. — 322 av. J.-C.
[?]

qu'on pourrait trouver toutes les lois qui régissent l'Univers par la seule réflexion. En plus, Il aurait écrit que :

> *Le corps en mouvement s'arrête quand la force qui le pousse ne peut plus agir de façon à le pousser.*

[?]

Cette affirmation basée sur l'idée intuitive que si je désire induire un certaine vitesse à un corps, il faut le pousser. Alors, on peut aussi imaginer que plus la force de la poussée est grande et plus la vitesse de l'objet le sera aussi. Dés lors, on conclut qu'il existe une relation directe entre la force et la vitesse. A force nulle correspond une vitesse nulle ; les objets que l'on observent autour de nous ne restent-ils pas bien leur place si on ne les pousse pas. Et, d'autre part, un chariot tiré par quatre chevaux ne va-t-il pas plus vite que s'il était tiré par un seul cheval.

De ce qui précède, nous pourrions tirer la conclusion suivante : un corps lourd devrait tomber plus vite qu'un corps léger. Evidemment, du vivant d'Aristote, cette conclusion ne fût jamais vérifiée par l'exprimentation, puisqu'il la considérait comme une chose inutile. Pourtant Aristote lui-même rencontra une difficulté majeure lorsqu'on lui demanda d'expliquer le mouvement de la flèche, dont on ne comprenait pas pourquoi elle pouvait continuer sa trajectoire après avoir été lancée par l'archer.

Après sa mort, les théories d'Aristote faisaient encore autorité dans toute l'Europe et pendant plusieurs centaines d'années, personne n'eût l'idée de vérifier la théorie d'Aristote.

2.2.1 Les expériences et conclusions de Galilée

C'est Galilée qui démontra par l'expérience que tous les corps, quels que soient leurs poids, tombaient avec le même mouvement vertical uniformément accéléré. Ainsi, Galilée fût le premier à comprendre qu'***une force qui agit sur un corps ne définit pas sa vitesse, mais plutôt l'accélération que va subir le corps***.

Or, il est facile de mesurer cette accélération $\vec{g}$ due la gravité. Il suffit de laisser tomber un poids suffisamment lourd pour qu'il ne soit trop ralenti par le frottement de l'air lors de sa chute. En mesurant à la fois la hauteur et le temps de sa chute, la cinématique permet de calculer la valeur de $\vec{g}$ avec la formule suivante :

$$g = \frac{2 \times h}{t^2}$$

Si vous faites l'expérience, vous obtiendrez une valeur de g voisine de 9.81 m/s^2 qui est la valeur nominale de g. De faibles variations de la valeur de g se justifient par l'altitude à laquelle on se trouve, mais aussi par le fait que la Terre n'est pas une sphère parfaite ; en effet, elle tourne autour de l'axe Nord-sud et lors de son refroidissement, les forces centrifuges ont surtout influencer les zones proches de l'équation et très peu les zones polaires. Ces dernières sont donc plus proches du centre de gravité de la Terre et la valeur de g des zones polaires est de l'ordre de 9.83 m/s^2, alors qu'à l'équateur, g est proche de 9.78 m/s^2

Le résumé des expériences de Galilée peut s'écrire comme suit

$$\frac{\vec{P_1}}{m_1} = \frac{\vec{P_2}}{m_2} = \frac{\vec{P_3}}{m_3} = \vec{g}$$

Dès lors, nous pouvons affirmer que la Terre attire tous les corps qui se trouve à sa surface avec une force égale à :

$$\boxed{\vec{P} = m \times \vec{g}} \tag{2.1}$$

Pour terminer cette section, lisons ce que Galilée écrivit dans ses « Deux nouvelles sciences » :

> *Une vitesse quelconque imprime un corps se conserve rigoureusement aussi longtemps que les causes extérieures d'accélération ou de ralentissement sont écartées, condition qui se réalise seulement dans un plan horizontal ; car dans les plans déclives il existe déjà une cause d'accélération, tandis que dans les plans qui vont en montant il existe une cause de ralentissement. D'où, il suit que le mouvement sur un plan horizontal est perpétuel ; car, si la vitesse est uniforme, elle ne peut être affaiblie ni diminuée, et encore moins supprimée.* [?]

Il s'agit là d'expériences qu'on imagine se réaliser dans des conditions idéalisées, il n'est pris en compte aucune source susceptible de ralentir le mouvement comme par exemple l'air ambiant, ou la déformation du point de contact du corps mobile qui provoquerait une certaine résistance à l'avancement, etc. Mais, c'est justement en considérant de telles expériences idéalisées que l'on parvient à en tirer les principes fondateurs de la physique.

2.3 Les différents aspects d'une force

Dans la nature, les forces peuvent avoir des formes apparentes très différentes. Par exemple, la force musculaire d'un jardinier qui pousse une brouette, la force du vent qui fait tourner les éoliennes ou propulse les voiliers sur la mer, la force hydraulique d'une rivière qui entraîne les roues à aubes d'un moulin ou d'une petite centrale électrique. Le couvercle d'une marmite qui se soulève sous l'action de la vapeur d'eau, etc. Ces exemples sont des cas de forces qui agissent par « contact », c'est-à-dire qu'il existe un contact direct entre le corps qui subit la force et le « générateur » de celle-ci, par exemple, le jardinier, générateur de la force, la transmet à la brouette par l'intermédiaire de ses mains.

Mais, il existe d'autres forces capables d'agir à distance, donc sans qu'il n'y ait le moindre contact entre le corps qui subit la force et le « générateur » de celle-ci. La force magnétique d'un aimant qui attire les objets en fer ainsi que la force de gravitation qui existe entre les corps, sont des deux exemples de force qui agissent à distance. La force de gravitation est l'une des forces fondamentales de la physique. Elle est indispensable à la compréhension de l'Univers qui nous entoure.

2.4 La gravitation universelle

Partant des travaux de Kepler, Isaac Newton comprit que les orbites des planètes ne pouvaient s'expliquer que par l'existence d'une force d'attraction émanant du Soleil, agissant sur chacune des planètes qui gravitent autour de lui. Il en déduisit qu'à distance, les corps matériels exercent l'un sur l'autre une force d'attraction. En 1666, il établit la loi de la gravitation universelle suivante :

> ***Deux points matériels s'attirent l'un l'autre avec des forces directement opposées, dirigées suivant la ligne droite qui les joint et dont la grandeur commune est proportionnelle au produit de leurs masses et inversement proportionnelle au carré de la distance qui les sépare.***

La traduction mathématique de cette loi est

$$\boxed{\vec{F_{m1}} = G \times \frac{m1 \times m2}{d^2} \times \vec{u_{12}}} \; ou \; \boxed{\vec{F_{m2}} = G \times \frac{m1 \times m2}{d^2} \times \vec{u_{21}}} \tag{2.2}$$

Figure 2.2 – Isaac Newton (1643-1727)

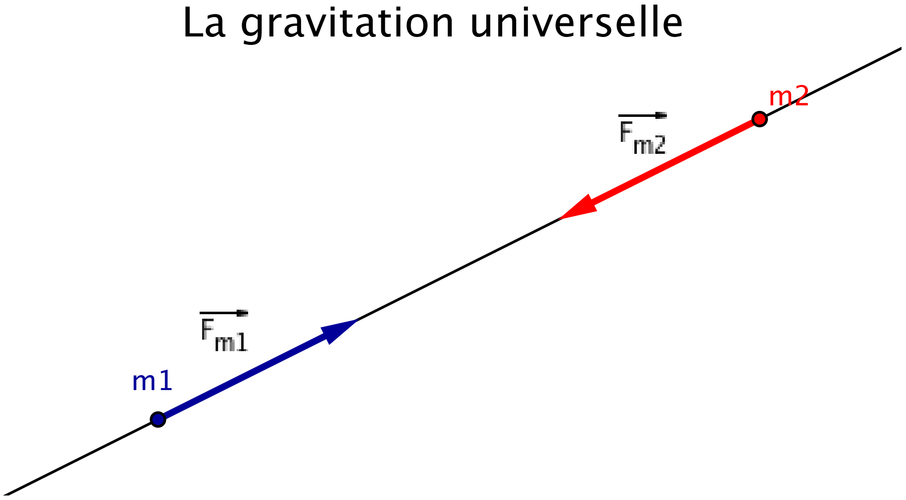

Figure 2.3 – **La gravitation universelle**

Dans lesquelles,

1. F_{m1} et F_{m2} sont respectivement la force d'attraction exercée sur la masse m1 par la masse m2 et celle exercée sur m2 par m1 . L'unité des forces est le Newton, de symbole N.
2. G est une ***constante universelle*** ; elle vaut 6.67×10^{-11}. Elle s'exprime en $N.m^2.Kg^{-2}$.
3. Les masses $m1$ et $m2$ sont exprimées en Kg.
4. La distance d qui sépare les masses est exprimée en m.
5. Le vecteur $\vec{u_{12}}$ est un vecteur unitaire ayant la direction de la droite qui joint les deux masses et son sens est orienté de $m1$ vers $m2$. Et vice et versa pour $\vec{u_{21}}$

La force $\vec{F_{m2}}$ a la même longueur, la même direction que $\vec{F_{m1}}$, mais son sens est opposé à celui de $\vec{F_{m1}}$. Les deux forces sont donc opposées l'une à l'autre et leur somme est donc nulle. En résumé, on écira :

$$\vec{F_{m1}} = -\vec{F_{m2}}$$

ou encore

$$\vec{F_{m1}} + \vec{F_{m2}} = 0$$

2.5 La mesure de la constante universelle G

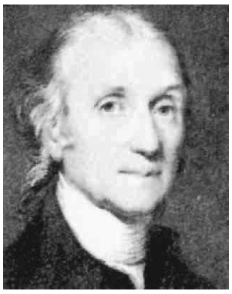

Figure 2.4 – Henry Cavendish
[?]

Le croquis ci-dessous représente une clé à bougies pour moteurs à explosion. Il illustre assez bien ce qu'est un couple de forces. Il montre deux forces de même intensité, opposées et sépares d'une distance d, appelée « bras de levier ». L'unité d'un couple est le Newton-mètre, de symbole Nm. Dans le cas de fabrication de matériels de haute technologie tels que l'aviation, l'automobile, etc... il est souvent spécifié une valeur minimale de couple de serrage des boulons ou des écrous ; dans ce cas, on utilise une clé dynamométrique.

Henry Cavendish (1731- 1810) a été le premier à mesurer la constante G. Sa méthode consistait à utiliser un pendule de torsion comme illustré par les figures ci-dessous. Cette expérience est basée sur la torsion d'un fil très fin provoquée par un couple de forces. Ce couple résulte des forces de gravitation créées par deux systèmes symétriques, formés chacun d'une grosse masse M fixe attirant une petite masse m qui est suspendue

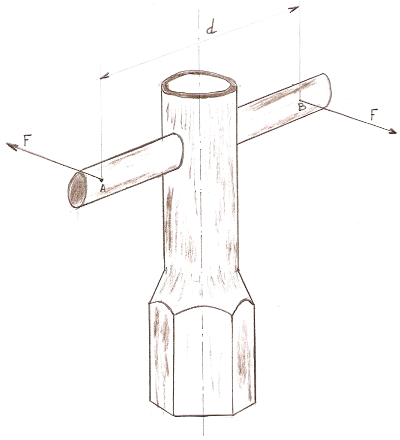

Figure 2.5 – Clé de serrage

l'extrémité d'un bras très léger de longueur L. Les deux petites masses m et le bras qui les maintient, est suspendu en son milieu à un fil très fin. Un miroir très léger est fixé au milieu du bras. Le pendule de torsion est placé sur un plateau anti-vibrations. Un faisceau laser est pointé sur le miroir qui renvoie la lumière sur un panneau situé à une distance de cinq mètres au moins. On place les deux grosses masses et ensuite le système est protégé des courants d'air. A l'équilibre mécanique, c'est-à-dire lorsque le pendule a fini d'osciller, le bras a tourné d'un angle α dont la valeur résulte de l'équilibre entre le couple créé par les forces de gravitation et le couple résistant qui résulte de la torsion du fil. L'équilibre du système s'établit après que les oscillations transitoires disparaissent. Cet équilibre se traduit par l'égalité de deux couples. On a

$$C_{gravitation} = C_{de\ torsion\ du fil}$$

Or, dans le domaine des faibles torsions, on peut démontrer que le couple de torsion est proportionnel à l'angle de torsion, la relation suivante peut être appliquée

$$C_{de\ torsion\ du\ fil} = k \times \alpha$$

On peut écrire l'égalité suivante :

$$G \times \frac{m \times M}{d^2} \times L = k \times \alpha$$

On calcule la valeur de k en mesurant les périodes d'oscillations du pendule . A l'équilibre, on mesure le déplacement du rayon laser sur l'écran. En utilisant les formules de trigonométrie, on peut calculer α et d, distance entre les centres des masses qui s'attirent. Nous disposons de tous les éléments nécessaires au calcul de G avec la formule :

$$G = \frac{k \times \alpha}{L} \times \frac{d^2}{m \times M}$$

La valeur de G trouvée par Cavendish était $6,754 \times\ 10^{-11}\ N.m^2.Kg^{-2}$, alors que la valeur utilisée actuellement est : $6,67428 \times\ 10^{-11}\ N.m^2.Kg^{-2}$, mais il existe encore une incertitude de +/- 1 pour 10000 ; Ce domaine d'incertitude devrait se réduire à la suite des résultats des recherches universitaires actuelles. [1]

1. Une animation de l'expérience de Cavendish est sur le site : Cavendish

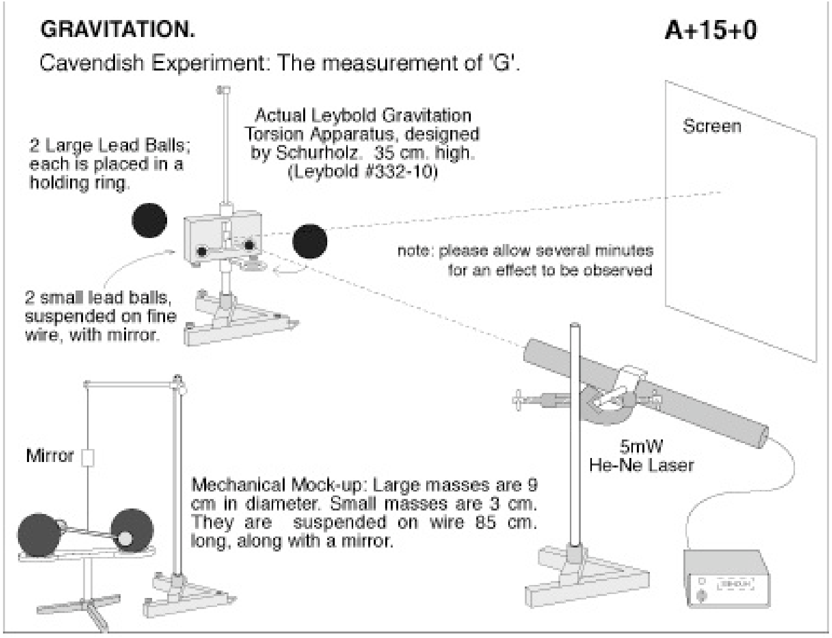

Figure 2.6 – Expérience de Cavendish
[?]

2.6 Le calcul de la masse de la Terre

Soit un corps de masse m posé sur la surface terrestre ; celui-ci est soumis une force égale à son poids donné par la relation

$$P = m \times g \ (1)$$

On peut également exprimer le poids P à l'aide de la formule de la gravitation universelle, on a

$$P = m \times \frac{G \times M}{R^2} \ (2)$$

En divisant (1) et (2) par m, on a

$$g = \frac{G \times M}{R^2} \ (3)$$

De (3), établissons la relation permettant de calculer la masse de la Terre M, on a

$$M = \frac{g \times R^2}{G}$$

Connaissant g par la cinématique, G par l'expérience de Cavendish, le rayon de la Terre par les grecs, Il est alors possible de calculer la masse de la Terre, on a

$$M = \frac{9,81 \times (6370.10^3)^2}{6,67 \times 10^{-11}}$$

Le résultat des calculs est que la masse de la Terre a une valeur de l'ordre de $5,97 \times 10^{24} Kg$.

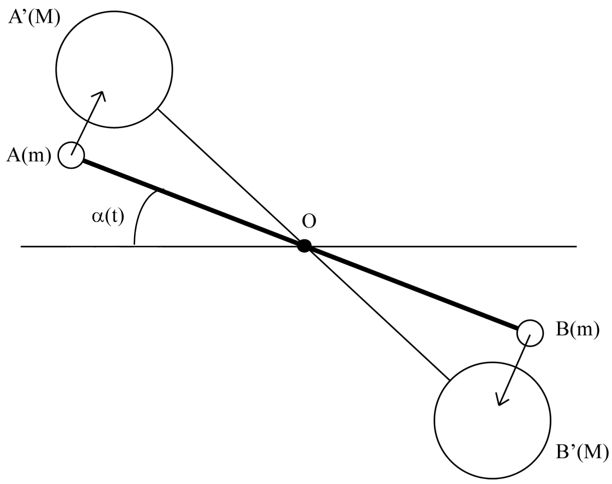

Figure 2.7 – **Le pendule de torsion**
[?]

2.6.1 Remarques

- La relation $\vec{P} = m \times \vec{g}$ ne tient pas compte de l'influence de la rotation de la Terre autour de son axe Nord-Sud. A la section suivante, nous calculerons l'influence de cette rotation. Mais, je peux déjà vous dire qu'elle est négligeable par rapport au poids P.
- Il est important de bien comprendre qu'un corps sphérique homogène se comporte comme un point matériel de même masse, situé au centre de la sphère appelé « centre de gravité ». En conséquence, lorsqu'on calcule la force de gravité qui existe entre deux masses sphériques homogénes, la distance à prendre en compte dans la formule de Newton est la distance qui sépare les centres de gravité de chacune des sphères.
- Quand un alpiniste arrive au sommet de l'Everest, son poids a diminué puisqu'il s'est éloigné du centre de gravité de la Terre. La réduction de son poids résulte évidemment de la diminution du vecteur $\vec{g}$. Cette réduction de poids reste néanmoins très faible.

2.7 La masse d'un corps est la mesure de son inertie

Ce que Galilée disait : c'est qu'une bille « libre » (libre signifie qu'aucune force n'agit sur elle) qui se déplace sur un plan horizontal a un mouvement rectiligne uniforme *perpétuel*. La bille est « emportée » dans son mouvement grâce à son inertie. L'inertie d'un corps s'oppose à toute variation de vitesse, positive ou négative, donc à toute accélération ou à toute décélération, et in fine à toute force extérieure. Or, la seule chose qui peut s'opposer à une force extérieure, c'est une autre force émanant de l'inertie du corps, appelée « force d'inertie » et définie comme la résistance que les corps, ***en raison de leur masse***, opposent à toute accélération. Nous savons maintenant que la mesure de l'inertie d'un corps est sa masse. La masse d'un corps exprime la quantité de matière qu'il contient. La masse s'exprime en kg et peut être mesurée à l'aide d'une balance. La force d'inertie est proportionnelle à la masse du corps, plus un corps est massif plus la force d'inertie est grande. Enfin, la force d'inertie dont le seul but est de s'opposer à la force extérieure agissant sur le corps, sera à tout instant égale et opposée à la force extérieure appliquée. A tout instant, la somme de ces deux forces doit être égale 0. On a :

$$\vec{F_{ext}} + \vec{F_{inertie}} = 0$$

2.8 Les lois de Newton

Les lois de Newton sont les fondements de la **Mécanique classique**. Elles sont au nombre de trois.

1. La loi de l'inertie qui réaffirme le principe de l'inertie découvert par Galilée. Ce principe dit que : « si un corps, livré à lui-même, ne subit aucune force, il continue son MRU, s'il était en mouvement ou bien reste au repos, s'il était déjà au repos. ».
2. La loi fondamentale de la dynamique est définie par la relation suivante :

   $$\boxed{\vec{F} = m \times \vec{a}}$$

   Cette loi affirme définitivement que le rapport de la force appliquée et de la masse définit la valeur de l'accélération auquel le corps sera soumis. Et pas du tout, la valeur de la vitesse comme l'affirmait Aristote. On peut évidemment généraliser cette relation à un ensemble de forces appliquées et écrire la relation suivante

   $$\boxed{\sum \vec{F} = m \times \vec{a}} \tag{2.3}$$

   Nous pourrions aussi faire passer le second membre de l'équation précédente dans le premier et écrire :

   $$\boxed{\sum \vec{F} - m \times \vec{a} = 0}$$

   Cette dernière équation signifie qu'à chaque instant, il existe un équilibre dynamique entre la résultante des forces appliquées et la force d'inertie.
3. La loi traitant de l'égalité des actions réciproques.
   Considérons deux masses ponctuelles m1 et m2 fixes et séparées l'une de l'autre d'une distance d. Nous savons maintenant que la force qui agit sur m1 due à la présence de m2 est égale au signe près, à la réaction de m2 sur m1. Cette troisième loi se résume à dire que la réaction est égale à l'action. On peut conclure qu' à tout instant, la somme algébrique des forces est égale à zéro.

Les trois lois de Newton se résume au tableau ci-dessous.

Les lois de Newton	
Première loi	$MRU \Longleftrightarrow \sum \overrightarrow{F}_{ext} = 0$
Seconde loi	$\sum \overrightarrow{F}_{ext} = m \cdot \overrightarrow{a}$
Troisième loi	$\overrightarrow{A} = -\overrightarrow{R}$

2.9 La notion de travail mécanique

Imaginons une particule d'une masse de $1\,kg$ au repos ayant les coordonnées (x_0, y_0) dans le système de référence Oxy (voir fig. ci-dessous). Pendant une durée de $5\;s$, une force $\vec{F}$ de $4\;N$ est appliquée sur la particule . Durant cet intervalle de temps, la particule subira une accélération *constante*, égale à $\frac{\vec{F}}{m} = \vec{a} = 4\;m/s^2$. et son mouvement sera du type MRUA. Calculons la distance parcourue pendant la durée d'accélération (ou durée

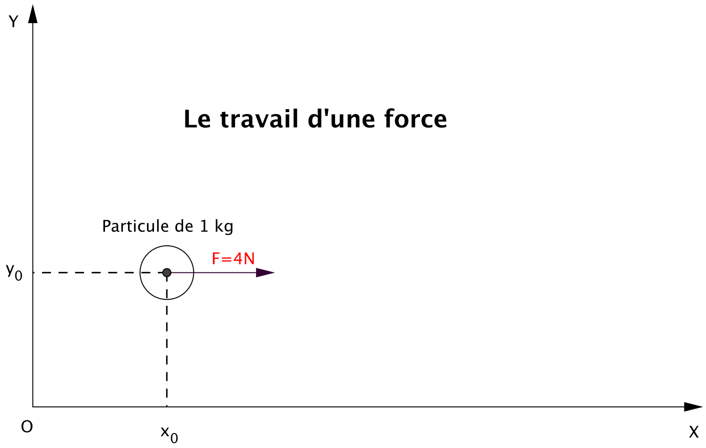

Figure 2.8 – **Le travail d'une force**

d'application de la force), on a

$$\vec{e} = \frac{\vec{a}}{2} \times t^2 = \frac{4 \times 5^2}{2} = \frac{4 \times 25}{2} = 50\;m$$

Le module du vecteur e est donc $50\;m$. L'action de la force $\vec{F}$ s'est faite sur cette distance dans la même direction que celle du vecteur $\vec{e}$. Par définition, le travail mécanique Γ de la force est égal au produit scalaire des vecteurs $\vec{F}$ et $\vec{e}$. Dans le cas présent, cela donne

$$\Gamma = \bar{F} \times \bar{e} \times \cos 0°$$

$$\Gamma = 4 \times 50 = 200\;Nm = 200\;J$$

L'unité du travail mécanique est le joule de symbole J et $1\;J$ est égal au produit de $1\;N$ par $1\;m$. Le joule est l'unité de l'énergie sous toutes ses formes, la chaleur, l'énergie électrique et le travail mécanique.

Maintenant, il y a une question qui se pose : « où est passée cette énergie ? »
Ecrivons l'expression du travail mécanique en développant les facteurs. On a

$$\Gamma = \bar{F} \times \bar{e} = m \times a \times \frac{\vec{a}}{2} \times t^2 = \frac{m}{2} \times a^2 \times t^2$$

Or, $a \times t = v$,après les cinq secondes d'accélération, la vitesse de la particule est $20\;m/s$.

$$\Gamma = \frac{m \times v^2}{2} \tag{2.4}$$

L'équation précédente indique que la valeur du travail mécanique est exactement la même que celle d'une expression $\frac{m \cdot v^2}{2}$, appelée **« énergie cinétique »**, parce qu'elle représente **l'énergie du mouvement**. Avant l'application de la force, la particule avait une vitesse nulle, et par voie de conséquence une énergie cinétique également nulle. Á la fin de l'action de la force, la particule a emmagasiné exactement la quantité d'énergie développée par le travail mécanique sous la forme d'énergie cinétique. L'expérience que nous venons de décrire est un exemple de transformation d'énergie, à savoir :

$$\boxed{Travail\ mcanique \longrightarrow\ nergie\ cintique}$$

Certains d'entre-vous pourraient nous faire remarquer que si l'on choisissait un autre système de référence qui se déplacerait dans un espace totalement libre, sans le moindre champ de gravité, avec le même vecteur $\vec{v}$ que celui de la particule, cette dernière aurait une vitesse nulle et donc pas d'énergie cinétique. Ils auraient tout-à-fait raison. L'énergie cinétique obéit aussi au principe de la relativité de Galilée. La particule possède une énergie cinétique par rapport au premier système de référence, mais pas par rapport à un système qui se déplace à la même vitesse que la particule. Mais, imaginons que l'un d'entre-vous soit assis sur la particule et qu' après quelques minutes, il voit droit devant lui une énorme météorite, elle ne semble pas se déplacer. Et oui, nous supposerons que sa vitesse est nulle par rapport au premier système de référence. Alors, un peu plus tard, ce fût l'impact à 20 m/s et çà ! çà fait mal, comme dirait Johnny. Nous allons illustrer ces notions en étudiant la trajectoire de notre vaisseau spatial, la Terre.

2.10 La trajectoire de la Terre

Un astronome allemand Johannes Kepler, utilisant les nombreux relevés astronomiques de Tycho Brahé, fut l'auteur de trois qui régissent le mouvement des planètes. Celles-ci sont :

Figure 2.9 – Johannes Kepler 1571-1630

1. Le planètes décrivent des ellipses dont le Soleil occupe un des foyers.
2. Le rayon qui joint une planète au Soleil balaie des aires égales en des temps égaux.
3. Les carrés des temps des révolutions des planètes sont proportionnels aux cubes de la longueur des demi-axes principaux des orbites respectives.

Figure 2.10 – Thycho Brahé 1546- 1601

La première loi de Kepler affirme que les trajectoires suivies par les planètes sont des ellipses. Une ellipse est une courbe particulière du plan qui réunit tous les points dont la somme des distantes à deux points fixes, appelés foyers, est une constante. Les ellipses font partie d'une famille de courbes appelées « coniques » dont l'étude mathématique se fera en VI^{e}année. C'est la raison pour laquelle nous ne ferons pas la démonstration des lois de Kepler, mais nous allons tenter d'en comprendre le sens.

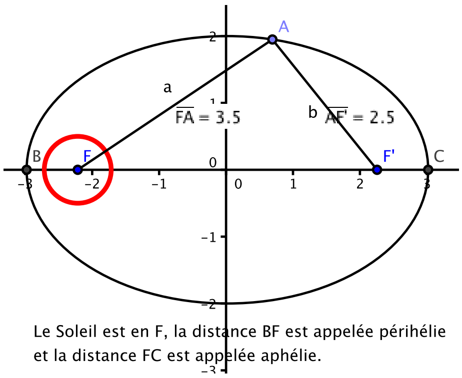

Figure 2.11 – **La trajectoire elliptique des planètes gravitant autour du Soleil**

La figure ci-dessus est une ellipse où le Soleil est placé au foyer F. Par définition de l'ellipse, la somme FA + AF' est constante quelque soit la position de la planète A sur sa trajectoire. Ci-dessous la figure qui illustre la seconde loi de Kepler. Durant le même intervalle de temps Δt, les surfaces balayées par le rayon vecteur Soleil-Terre, soient FAD et FBG sont les mêmes.

La troisième loi se traduit mathématiquement de la façon suivante

$$T^2 = k.a^3$$

Maintenant, revenons à notre chère planète, la trajectoire de la Terre a un périhélie valant environ 147 millions de km et un aphélie de l'ordre de 152 millions de km. La

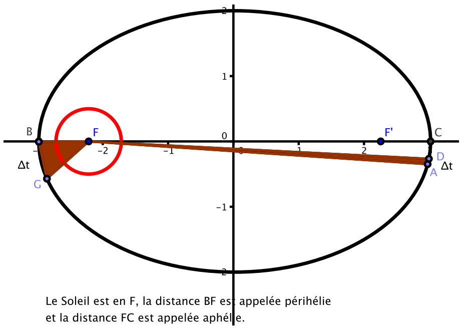

Figure 2.12 – **La seconde loi de Kepler**

faible différence entre le périhélie et l'aphélie nous autorisent à admettre que l'orbite de la Terre peut être un cercle assimilée à un cercle ayant un rayon égal à la valeur moyenne du périhélie et de l'aphélie, soit $R = 149,5$ millions de km. La longueur de l'orbite terrestre est approximativement égale à

$$L = 2.\pi.R = 939,33.10^6\ km$$

Par ailleurs, nous savons que la Terre fait une révolution entière en une année sidérale valant $365\ j\ 6\ h\ 9\ mn\ 10\ s, soit\ 31558150\ s$. La vitesse de la Terre sur son orbite est égale au rapport de la longueur de la circonférence et du temps d'une révolution. Le résultat est $Vitesse\ de\ laTerre\ =\ 29,765\ km/s$,soit $107154\ km/h$. La Terre se déplace sur son orbite à plus de 100000 km/h et malgré une telle vitesse, nous n'en ressentons pas le moindre effet. Si nous n'avions pas fait ces calculs pour déterminer la grandeur de la vitesse de notre vaisseau spatial, la Terre, nous n'aurions vraisemblablement pas pensé à une vitesse aussi élevée. Donc, nous filons à plus de 100000 km/h et malgré notre propre masse, nous ne ressentons aucun effet de cette vitesse. C'est une illustration magistrale du principe d'inertie de Galilée et ce, malgré que la terre décrive une trajectoire plus ou moins circulaire et rectiligne comme le prévoit la première loi de Newton.

Pour suivre cette trajectoire circulaire, la cinématique nous apprend que la Terre est soumise à une accélération centripète égale à

$$\vec{a_c} = \frac{V^2}{R} = \frac{29,765.10^{3^2}}{149,5.10^9} = 5,93.10^{-3} m/s^2$$

La force centripète associée à cette accélération est la force de gravité créée par le Soleil qui est donnée par la formule de la gravitation universelle

$$F_{Terre} = 6,67.10^{-11} \times \frac{M_{Soleil} \times m_{Terrre}}{R^2}$$

La masse du Soleil est égale à $2.10^30\ kg$. Celle de la Terre vaut $5,97.10^24\ kg$. Le rayon de l'orbite de la Terre est : $R = 149,5.10^9\ m$. En remplacent les symboles par leurs valeurs, il vient

$$F_{Terre} = 6,67.10^{-11} \times \frac{2.10^{30} \times 5,97.10^{24}}{(149,5.10^9)^2}$$

$$F_{Terre} = 35,63.10^{21} N$$

La force d'inertie doit être opposée à la force d'attraction ; calculons cette force centrifuge égale à $-m.a_c$.

$$F_{centrifuge} = 5,97.10^{24} \times 5,93.10{-}3 = 35,4.10^{21}\ N$$

Malgré cette force centrifuge énorme, la Terre reste sur son orbite parce que la force centrifuge est totalement compensée par la force de gravitation créée par le Soleil. Et nous alors, les terriens ! pourquoi ne ressentons-nous pas cette force d'inertie ? Considérons une personne ayant une masse de 70 kg. Son poids P est donné par $\vec{P} = m.\vec{g}$, en module cela donne $P = 70 \times 9,81 = 687\ N$. Cette force est orientée vers le centre de la Terre. Maintenant, calculons la force centrifuge, on $\vec{F} = m \times -\vec{a_c} = 0,415\ N$. Cette force centrifuge n'est que le $6/10000$ du poids, donc tellement faible que nous ne la ressentons pas.

Nous terminerons cette section en essayant d'établir une image représentant le Soleil, la Terre et son orbite. Nous avons les éléments suivants : le rayon de la Terre : 6400 km. Le rayon du Soleil : 695000 km, soit 109 rayons terrestres et enfin le rayon de orbite terrestre :149,5 millions de km, soit 23359 rayons terrestres. Choisissons une échelle de représentation pour que la rayon de la Terre soit assez petit, par exemple, 1 mm. Dans ce cas, le rayon du Soleil est représenté avec un rayon de 109 mm. Quant au rayon de l'orbite, cela donne 23359 mm, soit 23,36 m.

Résumons tout cela en image dans notre tête : au centre, se trouve une boule de feu de 22 cm de diamètre (approx. la taille d'un ballon de foot). Autour du Soleil, traçons un cercle de 23,36 m de rayon et sur ce cercle, déplaçons la Terre, soit une petite bille de 2mm de diamètre qui fait le tour du cercle en une année. La Terre est un grain de poussière à côté du Soleil.

2.11 L'énergie potentielle

Lorsque nous vivons sur une planète comme la Terre, nous sommes soumis en permanence à l'action de son champ de gravitation qui se traduit par une force égale au produit de notre masse par le vecteur $\vec{g}$,appelé vecteur de gravitation. Cette force

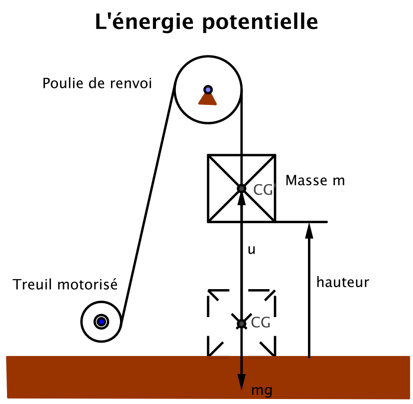

Figure 2.13 – **L'énergie potentielle**

$\vec{P} = m.\vec{g}$ est appelée le poids exprimé en *Newton (N)* de la masse m qui s'exprime comme toutes les masses en Kg.

Considérons la figure ci-dessus, il s'agit d'un système mécanique capable de soulever des charges ; c'est somme toute un système basé sur le principe de la grue. Pour soulever la charge de poids P, le treuil motorisé a du réaliser le travail mécanique qui correspond à la montée de la charge. Il est égal à

$$\Gamma = m.\vec{g} \times \vec{u} = m.|g|.|u|.cos(\alpha)$$

Ce travail est appelé « énergie potentielle ». Elle est appelée ainsi parce qu'elle est due à la présence d'un champ de gravitation dans lequel les choses vont toujours du haut vers le bas. L'eau de la rivière ne remonte jamais vers sa source. C'est donc l'énergie de la **hauteur** et qui dit « hauteur » dit niveau de référence. Or, dans le cas présent, le module de u est égal à la hauteur h et α vaut 0°, donc $cos(\alpha) = 1$, d'où la formule finale

$$\Gamma = m.g.h$$

A titre d'exemple, supposons les données suivantes :
- La masse est 2000 kg ;
- la hauteur est 30 m ;
- $|\vec{g}| = 9,81\ m/s^2$.

Le travail mécanique qui ne concerne que la levée de la charge a pour valeur :

$$\Gamma = 588600J$$

Imaginons un instant, le scénario suivant, lorsque la charge est arrivée à la hauteur de 30 m ,elle se détache du crochet de la grue. Calculons la vitesse de la charge au moment de son impact sur le sol ; il s'agit d'un MRUA, donc

$$t = \sqrt{\frac{2.h}{9,81}} = 2,4730968\ s$$

La vitesse au moment de l'impact est : $v = a.t = 9,81.2,4730968 = 24,26108\ m/s$ et l'énergie cinétique de la masse à cet instant là vaut :

$$E_{cintique} = 1/2.m.v^2 = 1/2.2000.24,26108^2 = 588600\ J$$

La figure ci-dessus indique l'évolution durant la chute de la charge, de l'énergie cinétique en rouge, de l'énergie potentielle en vert et enfin, de l'énergie totale, c'est-à-dire la somme des deux précédentes. On constate que l'énergie totale reste constante pendant toute la durée de la chute de la charge.

Autre exemple relatif à l'énergie potentielle, celui d'un pot de fleur qui se trouve sur le bord d'un balcon. En fait, ce pot de fleur ne s'est pas retrouvé là par hasard, il a bien fallu que quelqu'un le monte ; ce quelqu'un a effectué le travail mécanique nécessaire à la montée du pot de fleur ; ce dernier a engrangé ce travail sous la forme d'énergie potentielle. C'est l'été, un enfant joue au ballon dans l'appartement et shoote en direction de la fenêtre qui était ouverte à cause de la chaleur. Le ballon heurte le pot de fleur qui bascule et tombe sur la tête d'un passant. Heureusement, la blessure n'est trop grave ; mais le gamin s'est quand même fait gronder par sa grand'mère.

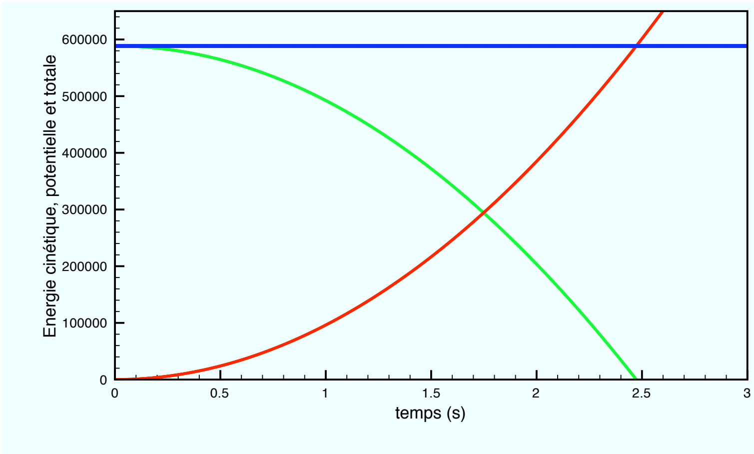

Figure 2.14 – **L'évolution des énergies** [?]

L'énergie potentielle est encore utilisée dans les anciennes horloges à poids ; lorsque le poids est arrivé au bas de sa course, on le remonte et le mécanisme de l'horloge redémarre.

Mais pourquoi la qualifie-t-on de « potentielle » ? Parce cette énergie qui, rappelons-le est due à la présence du champ gravitationnel créé par la Terre, se stocke dans toutes les masses qui se trouvent en hauteur par rapport à un autre niveau de référence plus bas que le premier. Mais dans la majorité des cas, on ne souhaite ni l'utiliser, ni qu'elle se manifeste en se transformant en énergie cinétique. Comme par exemple, on ne désire pas que le lampadaire des salles à manger se détachent de leurs points de fixation.

Par contre, il existe un grand nombre d'exemples où l'homme utilise l'énergie potentielle. En voici quelques-uns : les toboggans des fêtes foraines, les courses de bobsleigh, le château d'eau qui assure la pression nécessaire à la distribution de l'eau potable dans les villages, la livraison de vivres parachutées chez les peuples affamés en Afrique, le marteau-pilon qu'on fait grimper à l'aide de vérins fonctionnant à la vapeur et une fois arrivé au sommet de sa course, l'homme lâche toute la vapeur, et libère ainsi la chute verticale du marteau dont on utilise l'énergie cinétique pour forger de grosses pièces en acier. A titre d'exercice, il serait intéressant de trouver plusieurs applications de l'utilisation volontaire de cette forme d'énergie.

2.12 L'égalité des masses grave et inerte

Galilée utilisa un plan incliné pour démontrer par l'expérimentation que tous les corps, quelque soit leur masse, tombent avec le même mouvement.

La figure suivante montre un plan incliné ayant une pente de 10% . Il est vraisemblable que Galilée utilisa une pente plus faible afin de ralentir la chute des billes. En effet, Galilée utilisant les battements de son coeur pour mesurer les intervalles temps entre deux points de mesures, il ne fallait pas que les billes descendent trop vite. Nous allons considérer que durant les expériences, aucune autre force agissante n'interviendra dans le système. J'ai représenté la bille de masse m à deux instants t_1 et t_2. Durant cet

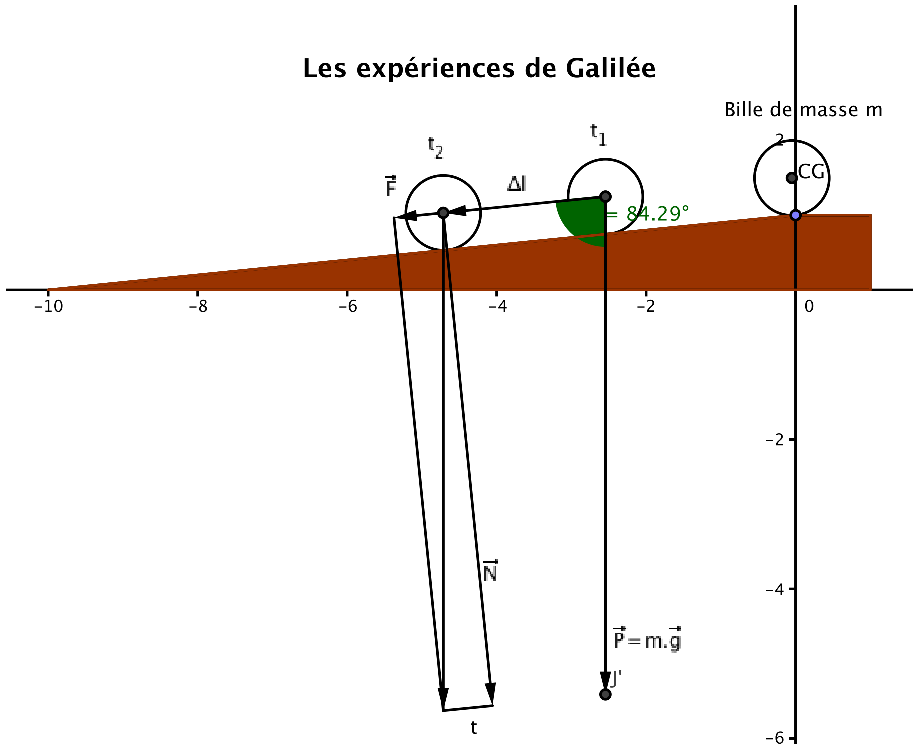

Figure 2.15 – **L'étude du mouvement par Galilée**

intervalle de temps, $t_2 - t_1$, toute réduction de l'énergie potentielle de la bille qui descend le plan incliné est transformée en une augmentation de son énergie cinétique et ce, selon le principe de conservation de l'énergie que nous formulerons à la fin de cette section.

La variation de l'énergie potentielle ΔEp entre t_1 et t_2 est égale au travail mécanique de la force de gravitation $\vec{P}$, soit l'expression suivante

$$\Delta Ep = |\vec{P}| \times \Delta l \times cos\alpha \ = m_{pesante}.|\vec{g}|.\frac{1}{2}.|\vec{a}|.(t_1^2 - t_2^2).cos\alpha$$

Etablissons la variation de l'énergie cinétique, on a

$$\Delta Ec = \frac{1}{2}.m_{inerte}.(V(t_2)^2 - V(t_1)^2)$$

Or, nous savons que lorsque l'énergie potentielle diminue, c'est au profit de l'énergie cinétique. On a donc

$$\Delta Ep + \Delta Ec = 0$$

ou

$$\Delta Ec = -\Delta Ep$$

En développant les termes de l'égalité précédente, on a

$$\frac{1}{2}.m_{inerte}.(V(t_2)^2 - V(t_1)^2) = m_{pesante}.|\vec{g}|.\frac{1}{2}.|\vec{a}|.(t_2^2 - t_1^2).cos\alpha$$

En simplifiant certains facteurs et en développant $V(t_2)^2 - V(t_1)^2$ en $V(t_2)^2 = |\vec{a}|^2.t_2^2$ et $V(t_1)^2 = |\vec{a}|^2.(t_1)^2$, il vient

$$m_{inerte}.|\vec{a}|^2.(t_2^2 - t_1^2) = m_{pesante}.|\vec{g}|.|\vec{a}|.(t_2^2 - t_1^2).cos\alpha$$

Après simplifications, on a

$$m_{inerte}.|\vec{a}| = m_{pesante}.|\vec{g}|.cos\alpha$$

Or, l'expérience de Galilée démontre expérimentalement que $\vec{a} = \vec{g}.cos\alpha$. On arrive ainsi à la conclusion que la masse « grave » et sa masse « inerte » d'un corps ont exactement la même valeur. CQFD

Ayant expliqué que les deux types de masse d'un corps ont la même valeur, nous allons aborder le principe de conservation de l'énergie. Pour faire simple, nous dirons que dans un système fermé ou placé dans un champ extérieur constant (c'est le cas du champ gravitationnel créé par la Terre, à proximité de sa surface), l'énergie totale, c'est-à-dire la somme de l'énergie cinétique et de l'énergie potentielle est une constante qui est déterminée par les conditions initiales.

2.13 Théorème de l'énergie cinétique

Voici un théorème simple, souvent utilisé dans la résolution de problèmes de mécanique. Il dit ceci : Dans un référentiel galiléen, la variation de l'énergie cinétique d'un solide en mouvement allant de A vers B $\Delta E_K = E_{K_B} - E_{K_A} = \sum W_{A \to B}$ est égale à la somme des travaux des forces appliquées au solide entre ces deux points A et B. Les

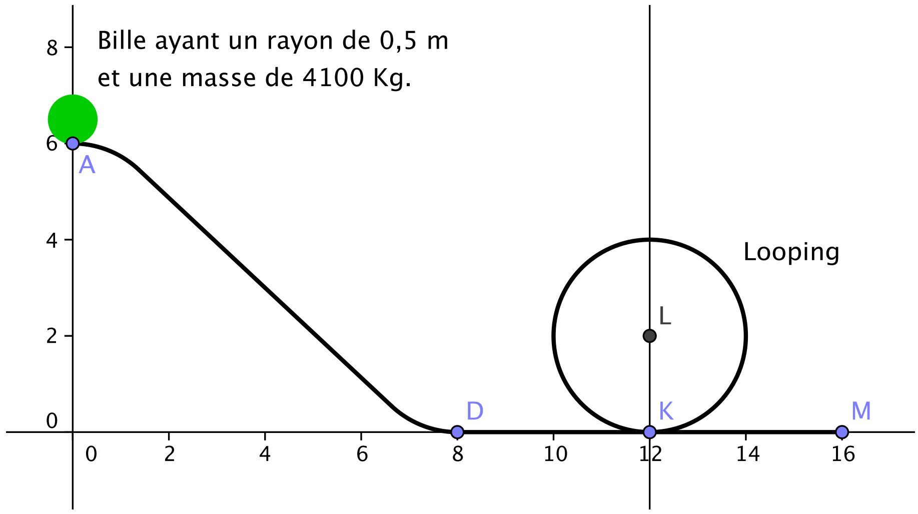

Figure 2.16 – **Une bille sur un toboggan**

coordonnées de la figure de la bille sur un toboggan sont exprimées en mètres et nous faisons l'hypothèse que la bille n'est freinée par aucun frottement. L'exercice consiste à calculer :

1. La vitesse de la bille au point D.
2. La vitesse de la bille au sommet S de la boucle du toboggan.
3. L'énergie cinétique de la bille au point de sortie M.

Solutions

L'énergie cinétique de la bille au point A est nulle, puisqu'au départ la vitesse est nulle. On écrit : $Ec_A = 0$

Par contre, l'énergie potentielle de la bille est égale à $Ep_A = mgh = 4100.9, 81.6 = 241326\ J$. Pour calculer la vitesse de la bille en D, utilisons le théorème de l'énergie cinétique, il vient :

$$Ec_D - Ec_A = Ep_A - Ep_D = Ec_D - 0 = 241326 - 0$$

$$Ec_D = 241326\ J$$

$$v_D = \sqrt{\frac{2.Ec_D}{m}} = 10,85\ m/s\ .$$

Pour calculer la vitesse de la bille au sommet de la boucle du toboggan, utilisons le théorème de l'énergie cinétique, on a :

$$Ec_S - Ec_D = Ep_D - Ep_S = 0 - mg.4$$

$$Ec_S = Ec_D - 160884 \ = 241326 - \ 160884 = \ 80442 \ J$$

$$v_S = \sqrt{\frac{2.Ec_S}{m}} = \ 6,264 \ m/s \ .$$

Une question se pose, en effet, la bille ayant atteint le sommet, ne risque-t-elle pas de tomber verticalement. Pour éviter cela, il faut que la force d'inertie, la force centrifuge soit plus grande que le poids de la bille. Autrement dit, l'accélération centripète doit être plus grande que $9,81 \ m/s^2$.

La cinématique nous a appris que l'accélération centripète se calcule avec la formule suivante :

$$a_c = \frac{v^2}{R} = \ 19,62 m/s^2.$$

L'accélération centripète est largement au-dessus de $\vec{g} = 9,81 m/s^2$., grâce à la force centrifuge, la bille restera bien « collée » au toboggan. A la sortie du looping, la vitesse de la bille sera identique à celle qu'elle avait à son entrée. Dès lors, la vitesse en M est égale à la vitesse en K, elle-même égale à la vitesse en D. La vitesse en M est donc égale à $10,85 \ m/s$.

2.14 Notion de puissance

La puissance, exprimée en watt (W), est définie comme le rapport du travail mécanique $\Gamma \ = \ \vec{F} \times \vec{L}$ et de la durée T mise à le réaliser. La relation mathématique est

$$P = \frac{\Gamma}{T} = \frac{\vec{F} \times \vec{L}}{T} = \ \vec{F} \times \vec{V} \tag{2.5}$$

$\vec{V}$ étant le vecteur vitesse.

Imaginons un conducteur poussant sa petite voiture en panne d'essence avec une force constante de 200 N sur une distance L de 300 m en 10 minutes. Il est alors façile de calculer la puissance développée par le conducteur. Les calculs sont :

1. Calcul du travail : $\Gamma = F \times L = \ 200 \times 300 \ = 60000 \ J$
2. Calcul de la puissance développée par le conducteur : $P \ = \ \frac{\Gamma}{t} \ = \ \frac{60000}{600} \ = 100 \ Watts \ ou \ 100 \ W$.

La notion de puissance instantanée existe aussi. On peut imaginer que le conducteur ait poussé la voiture avec une force plus grande au début du trajet et qu'au fur et mesure de l'avancement de la voiture, la fatigue se faisant sentir, la poussée diminua. La puissance à un instant t est définie par la limite suivante :

$$P_i = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta P}{\Delta t} \tag{2.6}$$

2.15 Notion de rendement

Il est évident qu'il n'existe aucune machine parfaite. A cause d'éléments divers tels que les frottements, viscosité de l'huile de lubrification, dissipation d'énergie dans les circuits magnétiques, pertes d'énergie dans l'induit d'un moteur électrique, etc. une machine réelle consomme plus d'énergie qu'elle n'en fournit. Autrement dit, le rapport « *puissance fournie / puissance absorbée* » est toujours inférieur à l'unité. Ce rapport est appelé « *rendement de la machine* »et le symbole généralement utilisé est la lettre grecque η. A titre d'exemple, le rendement d'un moteur électrique est de l'ordre de $0,85$ ou 85%. La puissance fournie ne sera que les 85% de la puissance absorbée.

Une petite application

Calculer la puissance minimale du moteur électrique d'une grue de chantier sachant que :

1. la charge maximale est 50000 N
2. la vitesse de montée de cette charge doit être de $0,25\ m/s$
3. le η_{me} du moteur électrique vaut $0,85$.
4. le η_{tr} du treuil équipé de son réducteur est évalué à $0,75$

Solution

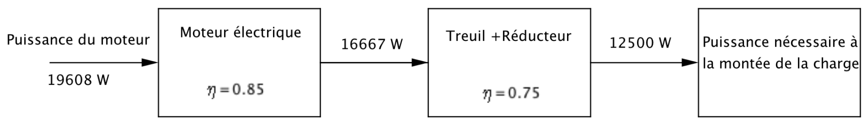

Figure 2.17 – **La puissance du moteur d'une grue**

(a) Puissance utile à la montée de la charge = $P_u = 50000 \times 0,25 = 12500\,W$
(b) Puissance nécessaire à l'entrée du treuil =$P_{tr} = \frac{P_u}{\eta_{tr}} = 16667\ W$
(c) Puissance du moteur = $\frac{P_{tr}}{\eta_{me}} = 19608\ W$, soit 20 kW

2.16 Exercices

1. **Les satellites géostationnaires**
Les satellites géostationnaires ont leurs orbites dans le plan équatorial et tournent avec la même vitesse angulaire que celle de la Terre. Ces conditions déterminent une orbite géostationnaire. Les satellites qui gravitent sur cette orbite particulière, de toujours être à la verticale d'un point fixe terrestre. Ces satellites appelés « géostationnaires ». permettent de réaliser des liaisons intercontinentales permanentes. Calculons le rayon particulier de l'orbite géostationnaire.
Solution
(a) Calcul de la vitesse angulaire de la Terre autour de son axe Nord/Sud La Terre fait un tour en un jour sidéral qui vaut 23h 56' 4", soit 86164 s. Dès lors, sa vitesse angulaire est égale à

$$\omega(Terre) = \frac{2 \times \pi}{86164} = 7,29212.10^{-5}\ radian/s$$

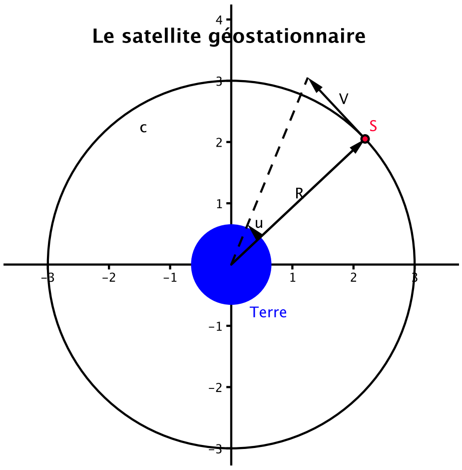

Figure 2.18 – **Le satellite géostationnaire**

(b) Formulons la force d'attraction qu'exerce la Terre sur la satellite.
On a

$$\vec{F}_{attraction} = G \times \frac{m_{satellite} \times M_{Terre}}{R^2} \times u_{satellite \vec{\to} Terre}$$

avec $G = 6,67428.10^{-11}\ N.m^2\ .kg^{-2}$ et R étant le rayon de l'orbite géostationnaire.

(c) La force d'attraction est équilibrée par la force d'inertie (centrifuge) $\vec{F_c}$ due à la masse du satellite et à l'accélération centripète $\vec{a_c}$ du mouvement circulaire.
On a

$$\vec{F_c} = -m_{satellite} \times a_c = -m_{satellite} \times \omega^2 \times R \times u_{satellite \vec{\to} Terre}$$

(d) La somme des deux forces précédentes est nulle. (action et réaction). Après simplification de la masse du satellite, on a le développement suivant

$$\frac{G.M_{Terre}}{R^2} = \omega^2 \times R$$

$$R^3 = \frac{GM_{Terre}}{\omega^2}$$

$$R = \sqrt{\frac{GM_{Terre}}{\omega^2}}$$

Avec $M_{Terre} = 5,9736.10^{24}\ kg$, le rayon de l'orbite géostationnaire vaut 42162 km.

(e) Nous pouvons également calculer la vitesse tangentielle du satellite, il suffit pour cela d'utiliser la formule démontrée en cinématique $V = \omega.R = 3074\ m/s$, soit $11066,4\ km/h$

2. **Vérifications de quelques éléments relatifs à la Lune**
La trajectoire de la Lune est une ellipse de faible excentricité dont l'un des foyers est occupé par la Terre. Les relevés astronomiques fournissent les éléments suivants :
– distance moyenne R : 384400 km ;
– diamètre équatorial : $3474,6$ km ;
– Masse : $7,349.10^{22}$ kg ;
– Période de révolution : 27j 7h 43' 11".
Le but de cet exercice est de vérifier :
– La cohérence des données ci-dessous ;
– Calculer la masse spécifique de la lune ;
– Et de répondre à la question suivante : la lune pourrait-elle avoir une composition chimique similaire à celle de la Terre ?
Solution
   (a) Vérification de la distance moyenne de la Lune
   Pour commencer, calculons la vitesse tangentielle de la Lune, on écrit :
$$V = \frac{2.\pi \times R}{T} = 1023,1\ m/s$$
   Cette vitesse implique une accélération centripète égale à $a_c = \frac{V^2}{R} = 0,002723\ m/s^2$.
   (b) Calcul de la force centrifuge (force d'inertie)
$$F_c = masse_{lune} \times a_c = 20,0113.10^{19}\ N$$
   (c) Vérifions si cette force d'inertie est équilibrée par la force de gravitation.
$$F_g = G \times \frac{masse_{Terre}.masse_{Lune}}{R^2} = 19,8.10^{19}\ N$$
   L'orbite lunaire est en accord avec la loi de la gravitation.
   (d) Comparons la masse spécifique de la lune à celle de la Terre.
$$Volume\ de\ lalune = \frac{\pi.D^3}{6} = 2,1964.10^{19}\ m^3$$
$$Masse\ spcifique\ de\ la\ lune = \frac{M_{Lune}}{V_{Lune}} = \frac{7,349.10^{22}}{2,1964.10^{19}} = 3,346.10^3\ kg/m^3$$
   La masse spécifique de la Terre est de l'ordre $5,51.10^3$ kg/m^3. Il convient de constater une grande différence entre les masses spécifiques Lune/Terre et de conclure que la Lune n'a vraisemblablement pas la même structure chimique que celle de la Terre.

Bibliographie

[1] U.C. Berkeley Physics Lecture : Mechanics — Acceleration — « Coin and Feather » fall in an evacuated rotatable tube. Copie du copyright du Museum Informatics Project de L'Université de Californie, Berkeley (USA).
NOTICE OF COPYRIGHT AND DISCLAIMER

This material is Copyright 1991, 1996 by The Regents of the .University of California (The Regents), All Rights Reserved. This material is supplied "as is", without any accompanying services from The Regents. The Regents do not warrant that this material is error-free. The material was developed for research and educational purposes and it is advised not to rely exclusively on it for any reason. You are permitted to display and copy this material for not-for-profit, educational, research, and scholarly purposes only, provided that any copy you make must reproduce and display this notice of copyright and disclaimer. IN NO EVENT SHALL THE REGENTS BE LIABLE TO ANY PARTY FOR DIRECT, INDIRECT, SPECIAL, INCIDENTAL, OR CONSEQUENTIAL DAMAGES, INCLUDING LOST PROFITS, ARISING OUT OF THE USE OF THIS COPYRIGHTED MATERIAL, EVEN IF THE REGENTS HAS BEEN ADVISED OF THE POSSIBILITY OF SUCH DAMAGE.

THE REGENTS SPECIFICALLY DISCLAIMS ANY WARRANTIES, INCLUDING, BUT NOT LIMITED TO, THE IMPLIED WARRANTIES OF MERCHANTABILITY AND FITNESS FOR A PARTICULAR PURPOSE. THE COPYRIGHTED MATERIAL PROVIDED HEREUNDER IS FURNISHED ON AN "AS IS" BASIS, AND THE REGENTS HAS NO OBLIGATION TO PROVIDE MAINTENANCE, SUPPORT, UPDATES, ENHANCEMENTS,OR MODIFICATIONS.

[2] Tous les graphiques 2D du présent cours ont été réalissés l'aide du logiciel libre GeoGebra

[3] Les portraits des physiciens de ce livre, ainsi que certaines figures ont été extraits de l'encyclopdie libre, Wikipdia. Wikipdia

[4] Einstein/Infeld.*L'évolution des idées en physique - page 26* FRANCE LOISIRS 123, boulevard de Grenelle, Paris. ©1983,Flammarion, Paris.

[5] Les graphiques référencés ont été réalisés par le logiciel : PLOT Plot