

Moea PEREYRE  
Professeur des Ecoles  
Ecole maternelle d'Application Tama Nui  
Année scolaire 2007/2008

## MEMOIRE DE CAFIPEMF

Session 2007-2008

# *La numération décimale dès la Grande Section Utopie ou réalité ?*



**Tuteur de mémoire : Monsieur Pierre-Olivier LEGRAND**

**PLAN :**

<b><u>Introduction</u></b>	<b>p.3</b>
<b>I. <u>DE LA THEORIE</u></b>	<b>p.6</b>
<b>I. 1. L'enseignement des mathématiques en maternelle : points de repères historiques</b>	<b>p.6</b>
<b>II. 2. « Des bébés qui comptent » : un nouveau regard sur l'apprentissage des mathématiques</b>	<b>p.9</b>
<b>I. 3. Elaboration de la numération décimale</b>	<b>p.12</b>
<b>II. <u>A LA PRATIQUE</u></b>	
<b>II. 1. Choix pédagogique</b>	<b>p.15</b>
<b>II. 2. Au commencement les quantités inférieures à dix : une approche globale et d'abord orale</b>	<b>p.18</b>
<b>II. 3. Au delà de dix La numération écrite</b>	<b>p.30</b>
<b><u>Conclusion</u></b>	<b>p.40</b>
<b><u>Bibliographie commentée</u></b>	<b>p.43</b>
<b><u>Sitographie commentée</u></b>	<b>p.45</b>

## **Introduction :**

Enseignante en grande section depuis maintenant 3 ans, je n'ai cessé de porter mon attention sur la manière de rendre les apprentissages plus efficaces. Les élèves que j'accueille pour leur dernière année de maternelle ont derrière eux deux années de vécu scolaire durant lesquelles l'ensemble des apprentissages se fait au travers de l'utilisation d'un langage bien spécifique.

La grande section occupe une place charnière : elle est le point de jonction entre le cycle 1 et le cycle 2. De ce fait, il est essentiel qu'en fin d'année scolaire les élèves aient non seulement acquis les compétences de cycle 1 mais disposent également de bases solides pour apprendre à dire, à lire, à écrire et à compter « comme des grands ».

Un travail de taille sur la lecture-écriture faisant partie du projet d'école a permis un travail de cycle efficace dans ce domaine en particulier. Les situations mises en place (ateliers d'écriture « inventée » et « accompagnée ») permettaient le travail du codage de mots issus d'une chaîne sonore en signes, inscrits dans un code alphabétique. Les élèves appréhendaient l'entrée dans la lecture par l'écriture en construisant leurs propres stratégies.

Ils disposaient donc à la sortie de l'école maternelle d'outils suffisamment solides pour aborder la classe de CP dans de bonnes conditions. On pouvait entendre des parents dire « ma fille s'ennuie, et dit que le CP c'est plus facile que la maternelle ! ».

J'ai donc décidé de porter mon attention sur le langage mathématique, cette partie du programme n'étant, à mon sens, pas encore suffisamment remise en cause et travaillée. En effet, le rôle de l'enseignement ne se limitait qu'à une appropriation lente, diffuse et tâtonnante du concept de petit nombre (jusqu'à 10 ou 30). On entend trop souvent dire : « ils sont trop petits, on ne peut pas leur dire le mot exact, ils sont trop petits, donc ils ne peuvent pas compter au-delà de dixi ».

Or faire des mathématiques, c'est aussi apprendre un langage, un système de communication possédant ses propres caractéristiques de fonctionnement.

Ma première réflexion s'est portée sur la question suivante : **comment favoriser au mieux la construction des apprentissages numériques à l'école maternelle, tout en tenant compte des connaissances numériques innées des élèves ?**

Je consacrais alors les deux premières années de SG à mettre en place des situations qui devraient permettre aux élèves d'abstraire les nombres en les utilisant « *dans la résolution de problèmes articulés avec des jeux, des situations vécues, mimées, ou racontées [pour qu'ils] apparaissent comme des outils efficaces* » (Programmes cycle 1). Les connaissances sont ainsi « *élaborées comme réponses efficaces à des problèmes, les premières notions mathématiques sont identifiées, puis étudiées dans le but d'être utilisables pour résoudre de nouveaux problèmes* ». (Programmes cycle 2) Comme le précisait Roland Charnay lors de son allocution sur les nouveaux programmes de mathématique de l'école primaire, « *rien ne sert de stocker des connaissances chez les élèves si ces mêmes élèves ne sont pas capables de les utiliser pour en faire quelque chose.* »

La mise en pratique des nouveaux programmes a **permis** de pallier certaines méconnaissances en ce qui concerne les activités numériques. Aussi, dans le cours de l'année, ma problématique de départ m'a semblé très rapidement dépassée : les compétences de cycle 1 peuvent être rapidement acquises en milieu d'année.

En coopération avec l'École Normale où j'avais appris que la construction précoce du nombre était possible, je me posais alors le problème de savoir si aborder la numération décimale dès la grande section était aussi

Il me semblait alors pertinent d'aborder le point du programme de cycle 2 faisant référence aux désignations orales et écrites des nombres entiers naturels.

La notion est nouvelle en SG, car aujourd'hui, elle est essentiellement abordée au CP et va donc engendrer bon nombre de questions, d'essais, d'erreurs, de satisfactions, de surprises.

Ainsi mon mémoire vise à démontrer **de quelle manière il est rendu possible d'aborder la numération écrite dès la SG, et ainsi diluer ces apprentissages que l'on a trop longtemps cantonnés à l'usage du CP.**

Dans un premier temps, je retracerai la sémiologie des nombres, car c'est là que la numération décimale y trouve ses origines ; ma démarche s'appuiera sur ces fondements.

Puis, dans un deuxième temps j'exposerai la progression des situations qui m'ont amenée à travailler la numération décimale.

En conclusion, j'explicitai les intérêts d'une telle démarche et je démontrerai l'importance de la prise en compte des acquis réels des élèves dans la conception des séances d'apprentissage. Je me permettrai ensuite d'ouvrir le débat sur une conception plus philosophique sur le rôle du maître.

## I. DE LA THEORIE

### I. 1. L'enseignement des mathématiques en maternelle : points de repères historiques

Depuis environ un siècle, les conceptions sur l'enseignement des mathématiques à l'école maternelle ont sensiblement évolué ; loin d'être linéaire, cette évolution a été jalonnée par trois grandes périodes aux objectifs bien différents.

**Avant 1970**, on ne parlait pas de mathématiques mais de calcul, le but à atteindre étant que les enfants « *sachent bien le peu qu'ils sauront* » (programmes de 1887).

En pratique, chaque nombre est présenté aux élèves selon le même scénario : nombre en relation avec le précédent, écriture du nombre et recherche de ses décompositions (exemple : 10 c'est 5 et 5 mais aussi 8 et 2). L'élève observe, imite, reproduit et répète. La numération n'est pas étudiée mais abordée au cours de l'étude de chaque nombre : on parle de dizaine à l'occasion de la leçon sur le nombre 10. L'aspect « *observation de collections d'objets simples ou usuels, maniés ou dessinés* »<sup>1</sup> pour apprendre les nombres prime.

Au contraire, **à partir de 1970**, sous l'égide d'un groupe de grands mathématiciens français nommé Bourbaki, on assiste à un changement dans la façon d'appréhender les apprentissages mathématiques.

Pendant pratiquement une dizaine d'années, les apprentissages abstraits de la théorie des ensembles<sup>2</sup> vont prendre le dessus sur les activités de découverte du nombre. Partant du principe que l'usage de la comptine numérique n'a aucune utilité avant la construction mathématique du nombre, son utilisation est supprimée de l'école maternelle et du cours préparatoire au profit d'activités symboliques, de classification, de sériation et de correspondance terme à terme... Les programmes de 1977 précisent d'ailleurs : « *c'est par des manipulations nombreuses d'objets que les enfants élaborent peu à peu la notion de nombre naturel* ».

---

<sup>1</sup> Extrait des instructions du programme de 1945, in *Apprentissages numériques et résolution de problèmes*, ERME

<sup>2</sup> qui consiste à décrire les objets mathématiques de façon plus abstraite, en faisant appel notamment à un vocabulaire ou à des structures uniques. Par exemple, un *élément* peut désigner un nombre, une fonction, une structure, etc.

Enfin, nouveau bouleversement, la **circulaire n°86046 du 30 janvier 1986** recommande, une fois encore, de faire apprendre et exercer à l'école maternelle, la pratique du nombre. Sous l'influence de divers travaux de recherche (dont ceux de l'équipe de didactique des mathématiques de l'INRP: l'équipe ERMEL) le nombre et la file numérique retrouvent une place importante dans les apprentissages.

« *Progressivement, l'enfant découvre et construit la notion du nombre, il apprend et récite la comptine numérique* » (circulaire de 1986). Cette orientation sera confirmée dans les instructions officielles de 1995. On essaie depuis cette période de faire une synthèse des méthodes précédentes en gardant l'objectif de compréhension du nombre. En ce sens, il n'y a pas de rupture avec la période précédente.

On prend en compte les connaissances des enfants : les corriger si elles sont erronées et s'appuyer dessus pour en construire de nouvelles, et non plus en faire table rase comme il en était question dans les pratiques habituelles.

Ensuite, on considère que le matériel, aussi perfectionné soit-il, n'est pas suffisant pour permettre l'apprentissage. On privilégie désormais les situations-problèmes qui mettent l'enfant en situation de recherche, l'amènent à découvrir une notion plus complexe que celle qu'il maîtrisait jusque là et qui s'avère maintenant insuffisante.

Les programmes de 2002, commencent par l'affirmation suivante : « *Le bébé déjà distingue des quantités* »<sup>3</sup>. L'enseignement dispensé par Monsieur Pierre-Olivier Legrand à l'École Normale Mixte de Polynésie Française rejetait déjà l'approche piagétienne il y a une dizaine d'années, pour privilégier l'approche cardinale précoce dès la petite section.

Cette phrase porteuse de tout son sens apporte un éclairage de taille quant aux programmes précédents : on reconnaît les compétences innées des enfants et aussi la possibilité d'user d'« un éventail de procédures de résolution » La spécificité de l'école maternelle permet aux maîtres de développer le plus précocement possible des attitudes de recherche dans la résolution de problèmes. On s'attache particulièrement au développement d'un mode de pensée mathématique<sup>4</sup> (mode de pensée logique qui privilégie le raisonnement en utilisant un langage extrêmement normalisé) et à l'élaboration des premières connaissances dans ce domaine.

---

<sup>3</sup> Cette phrase a d'ailleurs été omise dans les programmes de Polynésie Française.

<sup>4</sup> Pour plus de précisions : [http://fr.wikipedia.org/wiki/Logique\\_math%C3%A9matique](http://fr.wikipedia.org/wiki/Logique_math%C3%A9matique)

Au cycle 2 les connaissances numériques des élèves restent opératoires, c'est-à-dire au service des problèmes qu'elles permettent de traiter, dans des situations empruntées à l'environnement social (achat de fournitures scolaires, calcul d'un montant à régler par personne pour un séjour de 3 semaines) ou à d'autres domaines disciplinaires (en sciences par exemple) étudiés à l'école. La résolution de problèmes garde une place centrale puisqu'elle permet une appropriation des nombres qui en garantit le sens. On passe alors de l'élaboration de procédures personnelles au cycle 1 à des solutions expertes vers la fin du cycle 2.

Au cycle des approfondissements, comme au collège, la résolution de problème permet la construction et l'appropriation de nouvelles connaissances et favorise la compréhension des notions et des techniques.



## I. 2. « Des bébés qui comptent » : un nouveau regard sur l'apprentissage des mathématiques

C'est depuis 15 ans seulement qu'on a la preuve que les bébés reconnaissent certains cardinaux. Auparavant, on pensait qu'à la naissance le cerveau était une page blanche, vierge de toute connaissance abstraite. Et ce serait à force de manipuler des collections d'objets que l'enfant finirait par se rendre compte que le nombre est la propriété qui ne varie pas quand les objets changent de nature ou de position (ce qui est faux bien sûr !).

A ce stade, nous pouvons tout de même parler de logique car les opérations sont coordonnées, groupées en systèmes d'ensemble. En effet, une classe logique, un concept n'existe pas à l'état isolé, il faut plusieurs éléments pour créer un tout ; c'est ce que l'on appelle une classification.

De même une relation de comparaison. Par exemple : " plus grand que... " n'existe pas isolée, c'est une partie d'une structure que l'on appelle sériation. Ce sont ces structures qui se construisent vers sept ans et qui font que les notions de conservation deviennent possibles. Durant la période précédente, l'enfant ne considère les opérations qu'individuellement, il n'arrive pas à les coordonner, d'où l'absence de logique.

Piaget et Szeminska (1941 ; 1967) affirmaient ainsi que le concept de nombre chez l'enfant ne prenait naissance que très tard, qu'à partir de la période pré-opératoire (2 ; 6/7 ans) et du stade des opérations concrètes (6 ; 7/11 ans). Cette période serait caractérisée par une perception de la quantité fortement déterminée par les sens; ainsi l'enfant ne serait pas capable de comprendre qu'une quantité ne varie pas en subissant des modifications topographiques (épreuve des jetons) ou physiques (épreuve des boulettes). Ce ne serait seulement qu'à partir du stade des opérations concrètes que l'enfant acquerrait une certaine logique qui lui permettrait d'admettre la conservation. Cette logique ne porterait que sur les objets manipulables réels, concrets ; l'enfant aurait besoin d'un apport visuel. Il s'agirait donc d'une logique différente de celle du stade suivant qui, elle, s'appliquerait également aux opérations hypothétiques, virtuelles, aux propositions. Apparaissent alors les notions de classification et de sériation : il faut plusieurs éléments pour créer un tout (la comparaison « plus grand que » n'existe pas isolée) C'est ce qu'on appelle la conservation du nombre étape qui ne serait réussie qu'autour de sept ou huit ans.

L'enseignement précoce des mathématiques serait donc vain, voire nocif, puisque la progression régulière à travers les stades serait immuable.

En 1960, Seymour décrivait ce processus :

Pour le nourrisson, il n'existe même pas d'objets ; une première structuration est nécessaire pour que l'expérience s'organise en *choses*. Nous insistons sur le fait que le bébé ne découvre pas l'existence des objets comme un explorateur découvre une montagne, mais plutôt comme un homme découvre la musique : il en a entendu depuis des années, mais ce n'était, jusque-là, que du bruit. Ayant « acquis les objets », l'enfant a un long chemin à parcourir avant d'arriver à l'étape des classes, des sériations, des emboîtements et, enfin, du nombre.

Cette conception a été, heureusement, fortement bousculée ces dernières années avec l'évolution des possibilités techniques offertes aux chercheurs contemporains qui peuvent aujourd'hui étudier plus précisément les capacités des enfants d'âge préverbal. Ainsi, « au cours des années 1980, d'authentiques capacités numériques furent observées chez des bébés de six mois et même chez des nouveaux nés de quelques jours »<sup>5</sup>. Dans son ouvrage consacré à démontrer que nous venons tous au monde avec une intuition des nombres, Stanislas Dehaene<sup>6</sup> nous fait part des dernières expériences étonnantes qui ont contribué à mettre en évidence le pouvoir d'abstraction des bébés. Ces derniers perçoivent très tôt les différences de couleur, de forme, de taille, et bien sûr de nombre !

Cependant, comme il le précise, « si les connaissances des jeunes enfants sont réelles, elles n'en sont pas moins restreintes aux aspects les plus élémentaires de l'arithmétique » (p.76) notre cerveau étant prédisposé à percevoir les quantités jusqu'à 3 (c'est de l'inné)

La recherche a également montré que d'autres aspects de l'arithmétique ne se développent pas spontanément et nécessitent un effort d'apprentissage. La notation décimale des nombres et les fractions sont pour l'enfant des objets initialement contre-intuitifs, qui nécessitent le développement de représentations mentales nouvelles. La liaison entre le nombre et l'espace, et plus généralement la mise en liaison rapide des différentes représentations des nombres et des quantités, évoluent également au fil des apprentissages. Enfin et surtout, l'apprentissage et l'exécution d'algorithmes de calcul

<sup>5</sup> Stanislas Dehaene, *La bosse des maths*, (p.65) Ed. Odile Jacob, mai 2003

<sup>6</sup> Psychologue cognitif et neuroscientifique français (1965)

exact demandent initialement un effort considérable d'attention et de mémorisation de la part de l'enfant, ce qui mobilise un très vaste réseau d'aires cérébrales pariétales (en haut à l'arrière du crâne) et frontales. L'automatisation du calcul s'accompagne d'une diminution massive de l'activation du cortex préfrontal, correspondant à une libération des ressources mentales pour d'autres tâches (il en est de même en lecture, lorsque l'élève parvient à évacuer le décodage pour accéder plus rapidement au sens) On visera donc le développement chez l'élève d'automatismes de cardinalisation et de calcul pour lui permettre de véritablement faire des mathématiques en étant déchargé des tâches techniques.

*« Notre mémoire de travail a une capacité limitée qui serait de l'ordre de trois unités d'information. C'est très peu, cela correspond à 8 éléments, 8 cases. Mais si chacune de ces cases contient non plus un élément d'information mais la référence d'une organisation d'informations élémentaires, la mémoire de travail devient un répertoire d'informations susceptible d'appeler d'autres répertoires, qui peuvent eux mêmes en appeler d'autres ! Tout d'abord, si la situation est nouvelle pour le sujet, elle contient une quantité d'information qui dépasse largement la capacité de sa mémoire de travail. En effet, si j'ignore quelles sont les informations pertinentes, tout est information, toutes les modalités de tous les éléments de la tâche peuvent avoir de l'importance ! » (Léonard, *Bulletin de psychologie*, Tome XXXII, n° 340, 19XX)<sup>7</sup>*

---

<sup>7</sup> in *La résolution de problèmes*, Pierre-Olivier Legrand, disponible en ligne

### **I. 3. Elaboration de la numération décimale**

Pendant des millénaires l'homme a représenté les nombres à l'aide des différentes parties du corps : mains, pieds, articulations, etc... Ces techniques de compte corporel étaient limitées par le fait qu'elles ne permettaient pas une mémorisation durable.

Les numérations écrites sont alors nées d'un besoin de garder une trace de la quantité, de l'écrire et de pouvoir la relire.

Les premiers essais furent de construire une collection ayant le même nombre d'objets que la collection dénombrée, simplement en choisissant des objets moins volumineux (des cailloux par exemple). On parlait alors de représentation analogique. Il s'agissait juste d'un gain de place, mais ce système permettait de garder en mémoire le cardinal d'une petite collection. On a ensuite représenté par écrit tous les objets de la collection, c'est à dire à l'aide de dessins figuratifs, gardant ainsi l'aspect quantitatif de la collection mais aussi son aspect qualitatif. Les cailloux précédents ont été remplacés par la représentation des objets à compter. Les dessins figuratifs sont remplacés par un symbole abstrait, comme le bâton. L'aspect qualitatif n'est plus là, mais on construit toujours une collection équipotente à la collection de référence.

L'étape suivante a été d'utiliser un signe numéral conventionnel placé devant la représentation de l'objet qu'on veut mémoriser. Le problème rencontré est qu'il faut inventer et donc surtout mémoriser autant de signes que de quantités rencontrées, et donc autant de mots pour les désigner à l'oral. Le progrès ici est l'évitement de la construction terme à terme d'une seconde collection, puisque celle-ci est résumée en un seul signe. Ce système ne permet pas de désigner de très grandes quantités, mais il est suffisant pour les besoins de la vie courante. La question de "comment désigner tous les nombres" reste longtemps en suspend. L'idée est que l'on ne peut pas inventer et mémoriser un nombre infini de signes. On va se contenter d'un nombre fini et on construira à partir de ces signes de base des signes composés. On a donc une sorte d'alphabet et de syntaxe qui est la règle de construction de ces signes composés. L'ensemble de ces deux éléments s'appelle une numération.

Les romains par exemple n'utilisaient que peu de signes et la règle de construction était la juxtaposition : deux signes placés à côté ajoutaient ou retranchaient leurs valeurs.

Mais l'inconvénient était l'obligation de répéter plusieurs fois le même signe (ex : LXXXVII= 50+10+10+10+5+1+1 = 87)

Face à ce problème, une seconde règle a été ajoutée : tout signe placé à gauche d'un signe de valeur supérieure s'en retranche. Cependant même si cette numération permettait d'écrire des nombres très grands, elle ne permettait pas d'écrire tous les nombres car il fallait sans cesse inventer de nouveaux signes pour représenter 10000 etc. On recule ces limites en inventant d'autres règles telle la barre placée au-dessus d'un nombre qui lui donne une valeur mille fois plus importante.

Il faut attendre les **numérations de position** pour trouver des réponses satisfaisantes qui permettent de désigner tous les nombres.

En voici les principes de base<sup>8</sup> :

- La valeur d'un signe (d'un chiffre) dépend de la forme et de la position qu'il occupe (dans 33 les deux chiffres 3 n'ont pas la même valeur)
- Cette valeur est donnée par le type de groupement qui peut être associé à chaque rang (le 3 de gauche correspond à un groupement en base dix)
- Le groupement est régulier<sup>9</sup>, c'est-à-dire qu'un groupement contient toujours le même nombre d'éléments pour être échangé contre l'unité supérieure, quelque soit l'ordre de cette unité (une dizaine, c'est dix unités et il faut dix dizaines pour obtenir une centaine)

Notre numération est positionnelle de base dix, c'est-à-dire que les groupements permettant de passer d'une unité à l'autre se font en échangeant dix unités d'un ordre contre une unité de l'ordre immédiatement supérieur. Elle utilise neuf chiffres et un zéro qui permet de marquer une position manquante. Par exemple, dans 50, il est faux de dire qu'il y aura zéro unité, il y en a 50!

La compréhension des écritures des nombres entiers dans le système décimal constitue un enjeu central des apprentissages numériques au cycle 2. La plupart de ces écritures reposent en effet sur cette compréhension, qu'il s'agisse de leur lecture ou des diverses méthodes de calcul (mental ou posé).

---

<sup>8</sup> Pour une analyse précise et détaillée confère : Georges Ifrah, *Histoire universelle des chiffres* ainsi que Seghers et P-O Legrand, cours de l'École Normale sur [http://www.aidemaster.fr/mathematiques\\_la\\_methode\\_legrand\\_1322.htm](http://www.aidemaster.fr/mathematiques_la_methode_legrand_1322.htm)

<sup>9</sup> à l'exception bien connue du système Mayas.

Comprendre la numération décimale, c'est comprendre un « changement d'unité », c'est à dire acquérir la conviction que la procédure qui consiste à compter de 1 en 1 et celle consistant à compter d'abord 3 cent, 4 dix et 7 uns sont équivalentes, et qu'on peut donc remplacer l'une par l'autre. L'approche cardinale ainsi que la découverte précoce des opérations se généralisant depuis quelques années me conduit à inscrire dans cette filiation en tentant de rendre précoce la découverte de la numération de position en base 10.

## II. A LA PRATIQUE

### II. 1- Choix pédagogiques

#### Apprendre par la résolution de problèmes

G. Vergnaud, affirme que *« le savoir se forme à partir de problèmes à résoudre, c'est-à-dire de situations à maîtriser (í ). Les conceptions des élèves sont façonnées par les situations qu'ils ont rencontrées. »*<sup>10</sup>

C'est dire l'importance de l'activité de résolution de problèmes qui constitue à elle-même le lieu de l'apprentissage. D'ailleurs, G. Brousseau notait, *« Le sens d'une situation mathématique se définit non seulement par la collection des situations où le sujet l'a rencontrée comme moyen de solution, mais aussi par l'ensemble des conceptions, des choix antérieurs qu'elle rejette, des erreurs qu'elle évite, les économies qu'elle procure, les formulations qu'elle reprend, etcí »*<sup>11</sup>

Cette stratégie clairement explicitée dans les programmes (p26) est également l'une des bases du socle commun<sup>12</sup> : *« La maîtrise des principaux éléments de mathématiques s'acquiert et s'exerce essentiellement par la résolution de problèmes (í ) Il est nécessaire de créer aussi tôt que possible à l'école primaire des automatismes en calcul, en particulier la maîtrise des quatre opérations qui permet le calcul mental. Il est aussi indispensable d'apprendre à démontrer et à raisonner. Il faut aussi comprendre des concepts et des techniques (calculs, algorithmes) et les mémoriser afin d'être en mesure de les utiliser. »*

Cet extrait confirme l'importance à accorder aux situations de résolution de problèmes et place les jalons du calcul.

Ces directives ministérielles vont servir de guide dans ma pratique de classe quotidienne.

#### **Le contrat didactique (ouí d'un autre statut de l'erreur)**<sup>13</sup>

Par ses demandes, par ses réactions, par l'intonation de sa voix aux propositions des élèves, le maître manifeste un ensemble d'attentes dont certaines sont explicites (consignes par exemple) mais dont beaucoup restent implicites. Souvent l'élève réagit tout autant à ce qu'il croit qu'on attend de lui, en fonction de ce qu'il pense qu'il faut

<sup>10</sup> Grand N n°38 « Psychologie du développement cognitif et didactique des mathématiques »

<sup>11</sup> *Recherches en didactique des mathématiques*, vol.4.2 « Obstacles épistémologiques en mathématiques »

<sup>12</sup> Socle commun des compétences, p10

<sup>13</sup> Les effets connus (Pygmalion, Topaze, Jourdain) d'un mauvais usage du contrat didactique sont clairement explicités dans un document de monsieur P.O. Legrand, sur le lien [http://www.aidemaster.fr/des\\_elements\\_de\\_didactiques\\_des\\_sciences\\_2977.htm](http://www.aidemaster.fr/des_elements_de_didactiques_des_sciences_2977.htm)

faire ou dire (pour faire plaisir) plutôt qu'aux problèmes réellement posés. Par exemple le comportement d'un élève ne sera pas le même s'il a en face de lui un maître attentif à toutes les propositions, s'il les prend en compte, s'il reste neutre s'il permet les essais et s'il est d'avance convaincu que seule « comptera » la bonne réponse (c'est alors plus de l'ordre de la devinette que de l'apprentissage)

Pour que l'apprentissage puisse se faire il s'agit d'établir un contrat autre qui soit le plus favorable possible au développement d'attitudes de recherche : l'élève doit acquérir la conviction qu'il peut essayer et proposer ses solutions, qu'il peut se tromper sans être sanctionné (l'erreur n'est pas un péché) L'élève doit pouvoir essayer d'expliquer ce qu'il fait et pourquoi il pense ou non être sur la « bonne voie » (la réponse attendue). Ce comportement visant entre autre, l'accès au savoir, permet également l'accès à une forme d'autonomie de la réflexion face au savoir transmis.

Comme le disait Anna Zofia Krygowska<sup>14</sup> : « l'erreur ne devrait pas être considérée comme un malheur, une catastrophe, ni pour celui qui apprend (í ) ni pour celui qui (í ) enseigne. Pourquoi donc dans la réalité scolaire si souvent, c'est une catastrophe aussi bien pour l'un que pour l'autre ? »

Loin d'être un malheur, l'erreur est un excellent indicateur. Elle permet au maître :

- de savoir ce que l'élève a compris ou non
- d'avoir un retour critique sur son propre enseignement et ainsi réajuster sa pédagogie afin de la rendre (plus) efficace.

Voilà tous les enjeux du contrat didactique sur lequel je fonde ma pratique et sans lequel l'apprentissage ne saurait être efficace.

### **Organisation (espace/temps, gestion du groupe classe- situations différenciées)**

L'organisation de la classe doit être adaptée aux objectifs poursuivis par le maître.

Des activités rituelles rythment et annoncent les séances de quantités et nombres. Elles s'organisent en groupe classe et permettent ainsi à tous les élèves de profiter de la dynamique instaurée ou pour « élucider » une difficulté. Heipuarri en début d'année présentait de grosses difficultés dans la communication orale des quantités (ne dénombrait, ni ne cardinalisait les petites quantités). Je situe vers les mois d'octobre/ novembre le moment où elle a commencé à participer, prenant appui, sur les procédures explicitées de ses camarades.

En groupe dirigé hétérogène de 8 ou 9 élèves pour favoriser la diversité des procédures ; ces mêmes groupes peuvent également être réaménagés en fonction d'un

---

<sup>14</sup> in *Enseigner les mathématiques à l'école élémentaire*, Françoise Cerquetti-Aberkane, Hachette Education, p.8/9



besoin ou d'un apprentissage spécifique (ils constituent alors des groupes de besoin ou des groupes homogènes).

Les deux aménagements trouvent leur richesse dans les objectifs poursuivis. Le jeu des briques<sup>15</sup>, par exemple, a été présenté en groupe homogène, le matériel variant selon les capacités des élèves. Puis une fois les élèves familiarisés au but, aux règles du jeu et au matériel, ils ont pu travailler en groupe hétérogène (et en autonomie), les uns explicitant et échangeant leurs procédures aux camarades. Pour travailler sous la forme du procédé de Lamartinière (PLM) il est plus judicieux de le faire avec des groupes homogènes en ce sens où la vitesse d'exécution d'un codage de quantité est ici, la visée principale.

Le mode de travail par deux (maître / élève) est né d'un objectif d'apprentissage particulier, visant la compréhension et la familiarisation d'un système particulier de codage de quantité (en base 10) Ce dispositif loin d'être évident à mettre en place (gestion du groupe classe, organisation particulière d'une journée) est toutefois très riche : le maître peut pleinement répondre aux attentes et aux besoins des élèves.

Dans le même esprit, on peut travailler avec des sous-groupes de 4/5 élèves qui « tournent » dans la même séance. Le nombre restreint d'élèves permet une efficacité optimale et une dynamique accrue.

### **Regard sur les évaluations**

Une grille d'évaluation, servant de ligne directrice est établie en début d'année au regard des compétences attendues en fin de cycle 1, et reconduite vers les mois de février/ mars y incluant en plus les compétences de cycle 2 travaillées. Elles sont décontextualisées afin d'éviter de servir « *d'instantanés sur les acquis des élèves* » [et de les enfermer] alors dans leurs lacunes. »<sup>16</sup>

Par la suite, les différentes situations mises en place, seront autant d'occasions de prendre des informations sur l'évolution des compétences de chaque élève, par rapport à des comportements, des réponses, des procédures observées.

---

<sup>15</sup> confère le descriptif p.20

<sup>16</sup> Bilan des résultats de l'école, 2007, *L'école Primaire*, HCE, pages 19/20

## **II. 2- Au commencementí les quantités inférieures à dix : une approche globale et d'abord orale.**

Les situations décrites dans cette première partie pratique sont travaillées sur 3 périodes (en terme de temps didactique)

Il s'agira ici de mettre en évidence et d'analyser les stratégies, les procédures mises en œuvre par les élèves.

Cette partie faisant référence à ma pratique de classe sera organisée selon une progression organisée sur un temps didactique déterminée :

- Période 1/2 : Cardinaliser et comparer des quantitésí í í í í í í ..page 19
- Période 2/3 : Calculerí ..page 24

## 1. Cardinaliser et comparer des quantités

### **Compétences travaillées :**

- Comparer des quantités en utilisant des procédures numériques.
- Reconnaître globalement et exprimer des petites quantités (organisées en configurations connues)<sup>17</sup>

### **Objectifs de la séquence :**

- Cardinaliser le plus rapidement possible des quantités

Cette première séquence se fixe pour objectif principal le développement chez les élèves d'automatismes concernant le nombre : compter n'est pas nécessaire, on peut garder en mémoire une quantité en utilisant diverses stratégies. Si l'élève est soulagé de cette charge (le recours au dénombrement systématique peut s'avérer coûteux et pénible) alors il pourra mettre en œuvre ses propres cheminements de résolutions et se montrer disponible pour les problèmes qu'il rencontrera.

Pour ce faire, des activités de cardinalisations rapides (pléonasmes nécessaires tout de même au vu de certaines pratiques de classe qui laisseraient le temps aux élèves de compter pour dire une petite quantité -on assiste alors à une focalisation de la part du maître, et de ce fait de l'élève, sur LA réponse attendue et non sur la démarche-) sont très tôt instaurées (activités ritualisées)

Pour ne pas perdre de vue les fonctions du nombre<sup>18</sup> des situations de comparaison de quantités sont menées en parallèle. Des compétences transversales sur la langue entrent alors en jeu : un élève qui parle mal ne pourra agir de manière raisonnée (mais approximative) sur une quantité. Il en est de même pour l'apprentissage de la lecture : un enfant qui parle mal ne pourra apprendre à lire une langue qu'il ne maîtrise pas.

---

<sup>17</sup> L'organisation en configuration connue manifeste d'une incohérence quand au processus d'abstraction de très petites quantités.

<sup>18</sup> Fonctions largement détaillées dans *Apprentissages numériques et résolution de problèmes*, Partie II

Séquence de travail	
<p><b>Séance 1 :</b>  <b>Objectif:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Cardinaliser des quantités</li> </ul> <p><b>Activités rituelles :</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- <b>Jeu du Lucky Luke</b> avec les doigts, les cartes points, les constellations conventionnelles (celles conventionnellement utilisées dans les jeux et sur les dés) et non conventionnelles (travail implicite de l'addition pour les quantités supérieures à 5)</li> <li>- <b>Jeu du chef d'orchestre</b> : réaliser / dire/ écrire le plus rapidement possible la quantité indiquée par le dé.</li> </ul> <p><b>Séance 2 :</b>  <b>Objectifs :</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Comparer des nombres</li> <li>• Utiliser et s'approprier les notions de plus que, moins que, autant que.</li> </ul> <p>Situations permettant <b>la comparaison des nombres :</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- <b>Jeu de bataille</b> (les règles du jeu sont les mêmes que celles du jeu traditionnel excepté le cas de deux cartes de même quantité : il n'y a pas de « gagnant » puisqu'il y en a autant)</li> <li>- <b>Collier des nombres</b> (successeur/ prédécesseur)</li> <li>- <b>Chef d'orchestre</b> (donner plus que/ moins que/ autant que)</li> </ul> <p><b>Séance 3 :</b>  <b>Objectifs :</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Comparer des nombres.</li> <li>• Evaluer si j'ai assez ou pas.</li> </ul> <p>(Objectif langagier : utiliser ces termes à bon escient)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- <b>Jeu des gommettes</b> : dire si j'ai assez pour acheter des gommettes.</li> </ul>	
Procédures des élèves	Analyse/ stratégies pédagogiques
<ul style="list-style-type: none"> <li>○ <b>Les procédures n'utilisant pas le nombre :</b></li> <li>➤ <i>L'estimation</i> : L'élève procède par élimination si la quantité demandée est supérieure à 3 ; il ne cardinalise pas les quantités au-delà de 3, et tient compte encore de la disposition spatiale. Pour le jeu du chef d'orchestre, l'élève retire les « petites cartes » (sous-entendu les petites quantités) et évalue approximativement la quantité.</li> <li>➤ <i>La comparaison figurale</i> : l'élève dispose les objets de telle sorte à reproduire la disposition des constellations conventionnelles ou celle visible.</li> <li>➤ <i>La correspondance terme à</i></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>➔ Cette procédure très fruste, est peu fiable et utilisée au mois d'août par 6 élèves, dont 3 présentent de grosses difficultés quant à la conceptualisation du nombre : ils n'ont pas compris que le critère en jeu est celui de la quantité. Le recours aux jeux de cartes éclairs sous la forme de PLM (les élèves doivent dire ou écrire la quantité montrée sur la carte) ou revenir à des jeux de manipulation : classements de cartes de quantités identiques, de tris, de groupement</li> <li>➔ Ces procédures sont majoritairement utilisées dans les situations de cardinalisation et témoignent d'une approche erronée du nombre, son aspect cardinal n'ayant pas été saisi (ou ayant été mal enseigné) : à ce stade, l'élève ne conçoit pas encore l'idée de nombre ( c'est</li> </ul>

<p><i>terme</i> : les objets sont mis en relations un à un et/ ou spatialement avec la face du dé.</p> <p>○ <b>Les procédures utilisant le nombre :</b></p> <p>➤ <i>le dénombrement</i> : il permet d'accéder au nombre soit par la construction d'une collection témoin de doigt soit par le comptage.</p> <p>➤ <i>la cardinalisation</i> : l'élève perçoit globalement les quantités.</p>	<p>l'aspect statique qui prime : le nombre sert à désigner le cardinal d'une collection)</p> <p>Il convient alors de retravailler sur les petites quantités (1,2,3) dans le but de les aider à :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- comprendre que le nombre représente une quantité</li> <li>- disposer de procédures élémentaires et plus efficaces pour réaliser une quantité en ayant recours au nombre, et accéder ainsi aux procédures utilisant le nombre.</li> </ul> <p>➔ C'est cette procédure qui va aider les élèves à passer d'une démarche peu fiable à une démarche analytique, privilégiant l'utilisation de collections-témoins (les doigts en particulier)</p> <p>➔ Ces démarches manifestent de la conceptualisation des quantités par les élèves la mettant en œuvre ; en effet elle suppose de :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- créer mentalement les unités (considérer comme « uns » les entités)</li> <li>- les énumérer : les prendre toutes en compte, sans répétition, ni oubli (principe d'adéquation unique)</li> <li>- les totaliser : exprimer d'une façon ou d'une autre combien il y en a en tout</li> </ul>
---	--

Il y donc plusieurs façons de communiquer une quantité. On peut montrer une configuration de doigts (correspondance terme à terme), prononcer le mot-nombre « 3 » ou écrire le chiffre 3.

Dans un ouvrage de R. BRISSIAUD<sup>19</sup>, on décrit qu'un enfant voit « une collection » de chiens. L'adulte intervient en lui disant : « tu vois là il y a trois chiens, comme ça » (avec correspondance terme à terme) Ce dialogue aide l'enfant à abstraire les unités numériques c'est à dire à dépasser le cadre « qualitatif » pour parvenir à l'aspect « quantitatif » et rendre compte ainsi de leur totalité. En effet, la collection-témoin est une représentation très similaire à la collection dont on cherche la quantité, « il faudra donc s'attendre à ce que la représentation des quantités par une collection-témoin soit plus précoce parce que plus accessible que la représentation numérique », nous dit Rémi Brissiaud. Ce premier versant, abordé dès la petite section est à mettre en

<sup>19</sup> *Comment les enfants apprennent à calculer de (p.25)*

relation avec la cardinalisation (perception immédiate et instantanée de quantités inférieures ou égale à 5). On sait aujourd'hui qu'il ne s'agit pas de savoir dénombrer une collection pour avoir une bonne représentation de la quantité.

J'ai constaté en début d'année, qu'une élève<sup>20</sup> utilisait la règle du dernier mot prononcé pour me dire une quantité ; je me rendais bien vite compte qu'elle n'était pas passée du comptage-numérotage au dénombrement, transition difficile du fait d'une approche erronée du principe cardinal. Des situations pratiquées dès la première année de maternelle ont permis à cette élève de pouvoir renouer avec les nombres.

Selon certains auteurs (Gelman<sup>21</sup>) et certains éditeurs de manuels qui sont restés à la vision piagétienne de la construction du nombre, il faudrait porter une attention particulière au comptage et à son enseignement précoce. Par exemple quand un élève répète de dernier mot d'un comptage (un, deux, trois, **quatre**), on n'a aucune assurance que ce dernier mot représente le nombre<sup>21</sup>. K. Fuson (1998), entre autres, a montré que les élèves créent alors une règle<sup>22</sup> d'énonciation : « *Après avoir attribué un numéro à chaque objet, il faut répéter le dernier numéro* » A force d'exercices, les élèves maîtrisent tellement bien le « comment compter » que leur comportement peut se confondre avec des élèves qui cardinalisent les quantités. Le comptage devient alors un obstacle à la compréhension du cardinal. Stanislas Dehaene exprime le même constat : « *Si l'enfant connaît très tôt le commencement du comptage, il semble en ignorer initialement le pourquoi.* » C'est un choix pédagogique dangereux ! Il ne faut pas imposer ou pratiquer le comptage comme moyen initial de dire un petit cardinal, surtout dans les petites sections de maternelle ! Il est préférable, à mon sens, d'utiliser les doigts en tant qu'« outil » de cardinalisation systématique et non en tant que compteur numérique. Et j'ai même plus loin en élargissant le développement de la cardinalisation à un champ numérique supérieur à 5 (les doigts de la main s'y prêtent !) qui va permettre de développer des stratégies de calcul (stratégie 5+x ou les compléments à 10).

Cette partie est développée ci après.

---

<sup>20</sup> cf grille d'évaluation, Maimiti

<sup>21</sup> Le comptage-numérotage permet de faire un, de façon provisoire, sous la forme d'un numéro.

<sup>22</sup> La règle du dernier mot prononcé fait partie de la théorie piagétienne et avait déjà été critiquée par l'INRP une trentaine d'années auparavant.

On retiendra :

- la cardinalisation des quantités n'est acquise que si l'élève est capable de nommer une petite quantité sans avoir à la dénombrer (ne pas se leurrer sur les capacités des élèves) ou de la représenter (avec les doigts par exemple si les mots manquent)
- l'utilisation systématique de collections témoins (en privilégiant les doigts pour leur aspect cinesthésique) pour aider à la cardinalisation.

Alors, seulement on pourra parler de conceptualisation du nombre. Conceptualiser, donner du sens au nombre, c'est accéder à un comportement stratégique. Un comportement stratégique qui se manifeste au travers la capacité d'avoir en vue les différentes représentations d'une quantité.

Le rôle du maître est alors de mettre en place un dispositif d'apprentissage qui permette à l'élève qui est encore dans une représentation analogique d'accéder à une procédure numérique et de se représenter ainsi la quantité.

Le passage aux quantités comprises entre cinq et dix. est propice au développement des procédures numériques, amenant les élèves à passer du stade de la cardinalisation à celui du calcul<sup>23</sup>.

---

<sup>23</sup> Partie développée précisément lors de l'expérimentation (p. )

## 2. Calculer

### **Compétence travaillée (cycle 1) :**

- Comparer des quantités en utilisant des procédures numériques
- Résoudre des problèmes portant sur les quantités (augmentation, diminution, réunion) en utilisant les nombres connus

### **Cycle 2 : calcul automatisé :**

- Connaître ou reconstruire très rapidement les résultats des tables d'addition (de 1 à 9) et les utiliser pour calculer une somme, une différence, un complément, ou décomposer un nombre sous forme de somme
- Trouver rapidement le complément d'un nombre à la dizaine immédiatement supérieure.

### **Cycle 2 : Calcul réfléchi**

- Organiser et traiter des calculs additifs, soustractifs sur les nombres entiers
- Résoudre mentalement des problèmes à données numériques simples.

### **Objectifs de la séquence :**

- Résoudre des problèmes arithmétiques additifs et soustractifs.
- Décomposer une quantité inférieure ou égale à dix en 2 ou plusieurs termes.
- Additionner et soustraire des quantités.

(Objectif langagier : comprendre et utiliser les termes en trop, en moins, enlever, ajouter)

(Objectif transversal sur les codes sociaux : Distinguer la valeur d'une pièce d'une quantité de pièces.)

Deuxième étape de la progression : les élèves ont acquis une certaine autonomie face au nombre. En s'appuyant sur la maîtrise de la cardinalisation, on va pouvoir passer d'un statut statique (un nombre sert à désigner un cardinal) à un statut dynamique du nombre (deux nombres peuvent en générer un troisième, leur somme par exemple).

Les élèves vont pouvoir anticiper des résultats, mettre en œuvre des stratégies de recherche, élaborer des réponses dans des activités rituelles mais aussi des jeux fabriqués répondant à des besoins et à des objectifs précis.



Séquence de travail	
<u>Séances rituelles et évolutives</u>	
<u>Objectifs :</u>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Additionner/ soustraire des quantités.</li> <li>• Réinvestir des procédures de calcul (résultats mémorisés- 5+- double)</li> <li>• Mémoriser des résultats (calcul mental/ calcul réfléchi<sup>24</sup>)</li> <li>• Anticiper un résultat</li> </ul>	
<u>Le jeu de la machine détraquée (activité ritualisée)</u>	
1/ Dire à la machine combien <u>ajouter</u> ou <u>retirer</u> pour obtenir la quantité demandée. 2/ Nouveau codage : dire plus (+) pour signifier le rajout d'une quantité et moins (-) pour le retrait.	
<u>Le jeu du 5 caché</u>	
But du jeu : Dire combien j'ai de doigts levés en tout, sachant que j'en ai 5 cachés dans le dos. (sur le même principe : le jeu du 10 caché, du 20 caché, du 30 caché )	
<u>Le jeu des doubles</u>	
But du jeu : Dire combien j'ai de doigts levés en tout, sachant que j'ai le double de la quantité visible dans le dos.	
<u>Le jeu des presque-doubles</u>	
But du jeu : Je montre une quantité puis son presque double (supérieur et/ou inférieur). Dire le résultat.	
<u>Les énigmes<sup>25</sup></u>	
Les élèves sont des détectives et sont chargés d'une mission : résoudre un mystère, une énigme. Les solutions nécessitent, en générale, une démarche de recherche qui se manifeste sous la forme de matérialisation de la situation (avec utilisation du matériel, ou dessin), qui peuvent rapidement pour certains élèves évoluer vers le calcul mental ou rapide.	
<i>Les situations rituelles évoluent et jalonnent l'année scolaire selon des objectifs précis : ainsi quand les élèves auront compris le fonctionnement des « paquets de 10 » on jouera au jeu de 10 caché, du 20 caché</i>	
<i>Elles servent à introduire une séance d'apprentissage et nécessitent la mobilisation instantanément, de la part de l'élève, de capacités réflexives et d'automatismes.</i>	
Procédures des élèves	Analyse/ stratégies pédagogiques
<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ L'élève cardinalise les quantités.</li> <li>➤ <i>Utilisation de résultats mémorisés</i></li> <li>➤ <i>Le surcomptage</i> : l'élève cardinalise une première quantité, puis compte de un en un à partir de cette valeur sur l'autre pièce.</li> <li>➤ Utilisation des doigts pour visualiser la quantité totale, restante ou à ajouter.</li> <li>➤ Visualise dans sa tête les 10 doigts de la main, et anticipe rapidement l'action</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>➔ Pour aider les élèves qui ont du mal à anticiper rapidement ou à visualiser les actions sur les quantités, le maître peut avoir recours aux dessins, aux référents disponibles en classe.</li> <li>➔ L'usage quotidien des doigts en a fait un outil <u>efficace</u> puisque l'élève s'en est créé une image mentale et l'utilise comme un outil de calcul (je montre 6 doigts ; l'élève qui a « l'image » des deux mains dans la</li> </ul>

<sup>24</sup> Etant bien entendu que le calcul réfléchi fait référence à des stratégies spécifiques (complément à 10, presque-double)

<sup>25</sup> Des sites proposant régulièrement des énigmes sont donnés en sitographie

à effectuer.	tête répond immédiatement 4 en se justifiant ainsi : « Tu as montré 6 et bien il en manque 4 pour faire 10 ! »- cela apparaît comme une évidence, et la question n'a plus à être posée !
--------------	--

### Séance 1 :

#### Objectif :

- Ajouter ou retirer pour réaliser une collection comprise entre 3 et 6.
- Anticiper un résultat

(Objectif langagier : comprendre et utiliser les termes en trop, en moins, enlever, ajouter)

#### Le jeu des diddls (cf annexe 1)

But du jeu : ramener les diddls dans leur maison.

Contrainte 1: La couleur de la famille doit correspondre à la couleur de l'appartement.

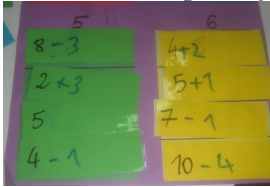
Contrainte 2: La famille de Diddl doit être composée d'autant de membres que l'appartement peut en contenir (quantité indiquée sur le toit de la maison)

Situation-problème : Il y a des individus en trop ou en moins. Que faire ?

*Situation 1*/La collection sur laquelle intervenir est visible : travail sur l'ajout et le retrait que l'enfant doit matérialiser par un signe visuel.



*Situation 2*/La collection est chiffrée : introduction des signes de formalisation - pour retirer ou enlever, et + pour ajouter



### Séance 2 :

#### Objectifs :

- Décomposer une quantité comprise entre 4 et 6.
- Additionner des quantités.
- Mémoriser des procédures numériques : résultats mémorisés, doubles

#### Le compte est bon

But du jeu : se débarrasser de toutes ses cartes (jeu traditionnel de 1-As- à 3)

Moyen : lancer le dé, lire la quantité indiquée (de 4 à 6), puis chercher parmi ses cartes comment obtenir la quantité correspondante.

### Séance 3 :

#### Objectifs :

- Additionner/ soustraire des quantités.
- Echanger en utilisant les décompositions des nombres.

#### Jeu des briques

But du jeu : finir la construction de la maison de briques

Règle du jeu : 1/ lancer le dé et lire la quantité indiquée (4,5,6) 2/ prendre la quantité de briques correspondante conditionnée sous la forme 1, 2, 3

Situation problème : les briques ne peuvent être placées du fait de leur conditionnement. Il va falloir échanger.

Variable 1 : introduction du marchand de briques.

Variable 2 : changement du champ sémantique : on passe du matériel cube à la représentation de ces cubes

### Séance 4 :

#### Objectifs :

- Décomposer une quantité comprise entre 3 et 6.
- Réinvestir des procédures de calcul (résultats mémorisés, 5+ et doubles)
- Additionner/ soustraire des quantités.
- Evaluer si j'ai assez ou pas assez d'argent pour acheter.

(Objectif transversal sur les codes sociaux: Distinguer la valeur d'une pièce d'une quantité de pièces.)

#### Le jeu de la marchande

Situation 1 : Les quantités sont représentées sous la forme de constellations.

Situation 2 : Les quantités sont représentées sous la forme chiffrée (changement sémantique pour les enfants n'étant pas prêt pour le passage à l'abstraction)

Consigne : Achetez des aliments qui coûtent de 4 à 6 francs avec des pièces de 1f, 2f, 3f.

### Séance 5 :

#### Objectifs :

- Réinvestir des procédures de calcul (résultats mémorisés- 5+- double)
- Additionner/ soustraire des quantités.
- Evaluer si j'ai assez ou pas assez d'argent pour acheter.

(Objectif transversal sur les codes sociaux: Distinguer la valeur d'une pièce d'une quantité de pièces.)

Situation 3 : élargissement du créneau numérique : les articles valent 4f, 6f,7f,8f,9f,11f,13f et 14f.

Les élèves ont des porte-monnaie avec des pièces de 1f, 2f et 5f, dont la valeur totale est inférieure à 10.

Consigne : Comptez combien de francs vous avez dans votre porte-monnaie, puis regardez ce que vous pouvez acheter et rapporter chez vous.

Situation 4 : Rendre le reste- Jeu avec des pièces de 5f. la valeur du porte-monnaie est égale ou supérieure à 10.

Consigne : Comptez combien de francs vous avez maintenant et choisissez un ou deux articles.

Procédures des élèves	Analyse/ stratégies pédagogiques
<p>➤ Beaucoup d'élèves recomptent à la fin de l'opération effectuée. Par exemple : il y en a 4 et il en faut 7, on observe que l'élève évalue approximativement la quantité à ajouter puis reprend le comptage au début pour vérifier.</p> <p>➤ Utilisation des doigts pour traduire la situation.</p> <p>➤ <i>Utilisation de résultats mémorisés</i></p> <p>➤ Ne distingue pas la valeur d'une pièce d'une quantité de pièce. Par exemple pour payer 9 F l'élève prend 9 pièces indifféremment de sa valeur.</p> <p>➤ recomptage : l'élève recompte chaque quantité présente sur les pièces</p>	<p>➔ Pour faire évoluer cette stratégie, on passe à un niveau d'abstraction supérieur (cf. situation 2) : les collections ne sont plus visibles mais sont représentées par des chiffres. L'élève est donc obligé de créer mentalement les unités et d'anticiper le résultat.</p> <p>➔ L'élève a compris qu'il allait plus vite en utilisant ces doigts et traduit la situation en faisant référence à des collections témoins dont il maîtrise l'utilisation. Cela lui permet de nouveau d'anticiper rapidement sur les quantités.</p> <p>➔ Il faut attirer son attention sur ce que vaut la pièce : <i>cette pièce vaut 3f, regarde c'est écrit</i>. Maître : « <i>Voilà 3f (avec les doigts). Combien dois je rajouter pour faire 9f ?</i> » L'élève : <i>il faut 6f</i>. Maître : « <i>Bien, donne-moi une pièce qui vaut 6f.</i> »</p> <p>➔ Passer à un codage chiffré de la quantité.</p>

Le champ des « petits » nombres (jusqu'à 10) étant maîtrisé (les élèves disposaient de procédures personnelles et le tiers de la classe commençait à s'approprier des procédures expertes, les signes + et = étant utilisés efficacement), je me demandais s'il leur était possible maintenant d'accéder aux « grands » nombres.

J'ai basé l'expérimentation qui suit sur 2 pré-requis (cardinaliser et comparer des quantités et calculer). Ces pré requis permettent aux élèves de se décharger des tâches techniques que sont la cardinalisation et le calcul (décomposition : recombinaison). C'est la même chose en lecture !

## II. 3- Au-delà de dixí La numération écrite.

### *Les activités de codages et de décodages.*

#### Compétences travaillées (cycle 2 ó Désignations orales et écrites des nombres entiers naturels)

- Dénombrer et réaliser des quantités en utilisant le comptage un à un ou des groupements et des échanges par dizaines et centaines,
- Comprendre et déterminer la valeur des chiffres en fonction de leur position dans l'écriture décimale d'un nombre,

#### Objectif de la séquence :

- coder une quantité supérieure à 10

Le passage aux grands nombres s'appuie sur deux postulats :

- L'élève est en mesure de comprendre le code du système décimal de position. Il doit comprendre le fonctionnement du système en groupements de 10 unités. Peut-il découvrir cette organisation sans que le maître le précise ? Non. Les élèves ne peuvent redécouvrir la numération décimale, convention née d'un besoin de communiquer de grandes quantités.
- L'élève est capable de se l'approprier (ce sont les contenus réellement acquis) Pour ce faire les situations d'apprentissages mises en place doivent permettre aux élèves de s'approprier un code, de faire de ce code, leur code. Un élève peut accepter, utiliser un code qui n'est pas le sien, il le fait bien pour le langage et pour tous les usages sociaux. Il est possible aux élèves d'accéder à un code et de l'utiliser en en comprenant le fonctionnement (cf. p12- base 10, position, régularité) ó référence à l'apprentissage de la lecture qui est aussi un code de communication.

Tout comme les ateliers d'écriture (ateliers qui donnent l'occasion aux élèves d'encoder ce qui est dit) permettent aux élèves d'apprendre à lire en apprenant à écrire, les ateliers de codage et de décodage des quantités vont permettre aux élèves d'apprendre à dire les nombres en apprenant à les écrire mettant l'accent sur le « comment j'écrisí » plus que sur le « comment je disí »

Ecrire des mots c'est coder du son (quand on utilise un alphabet, mais pas quand on utilise un système d'idéogrammes). Notre numération écrite code du sens. Elle est d'une régularité<sup>26</sup> sans faille. Il y a moins de chance de « voir » la quantité décrite par le mot « trente » que par le terme « trois dizaines », par contre le sens apparaît bien dans la numération écrite. Les situations mises en place visant à comprendre ce code de

<sup>26</sup> il y a des irrégularités chez les Mayas ou les Hébreux par exemple.

communication de quantités, j'en resterai à aborder la numération décimale de position par la numération écrite en excluant, au moins pour un temps, la numération orale en français standard qui est irrégulière, influencée par son origine vicésimale<sup>27</sup>. On sollicite l'intelligence et non la mémoire !

Il est essentiel d'être conscient que ce codage est né d'un besoin, celui de communiquer sur des grandes quantités (cf. chapitre sur l'élaboration de la numération décimale). Faire naître ce besoin chez l'élève est donc indispensable pour qu'il puisse plus tard transférer ses connaissances.

La séquence qui suit est donc, au départ, introduite à partir de la mise en place du projet d'écriture d'un album à conter et à compter. L'histoire est inventée par les élèves en s'appuyant sur des lectures d'albums et de contes traditionnels. Le besoin est alors créé : il faut pouvoir écrire le nombre d'animaux que va capturer le personnage principal de l'histoire. Les élèves se rendent compte qu'il leur est difficile d'écrire au-delà de 30, qu'ils font des erreurs de comptage, leurs procédures sont souvent insuffisantes, peu efficaces.

---

<sup>27</sup> Les vingt premiers nombres correspondent aux dix doigts des mains et aux dix doigts des pieds.

## Séquence 1

### Séance 1 : Découverte du code : codage de quantités supérieures à 10

#### Objectif:

- Coder une quantité supérieure à 10
- Découvrir un codage de systèmes en base 10

Dispositif 1 : Le maître travaille avec 2 élèves

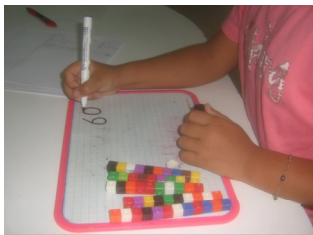
Dispositif 2 : par groupe restreint de 5/6 élèves.

Consigne : *Ecrire combien j'ai de cubes devant moi.*

Situation 1 : Les quantités sont divisibles par 10

#### Procédures des élèves

- L'élève commence à compter mais se rend compte que la quantité est trop importante, qu'il se perd et surtout que c'est trop long !



#### Analyse/ stratégies pédagogiques

➔ le maître donne le code en explicitant clairement le système :

« Dans ce paquet j'ai 10 cubes. Combien ai-je de paquets de 10 ? »

« 7 ! »



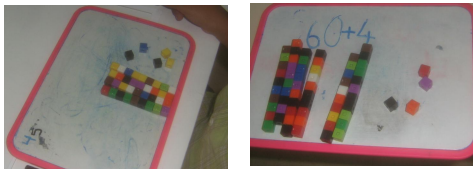
« Oui, il y a 7 paquets de 10. Et ça s'écrit comme ça : 70. Maintenant que vous connaissez le code vous allez pouvoir écrire tous les grands nombres sans compter ! Allez on essaie ! »

Au bout de 3 ou 4 essais l'élève démontre ou non la compréhension du code. Sur 25 élèves 8 élèves n'ont pas compris le code. Pour ces élèves je propose de prolonger le temps d'apprentissage et de différencier les approches : ils ne comprennent pas le système des paquets, et ne réalisent pas que tous les paquets contiennent 10 unités.

Ils vont donc fabriquer « leurs » paquets de 10. Dans un deuxième temps, ils pourront écrire ou dessiner combien ils ont de paquets.



Situation 2 : Les « tout seul » (unités) sont introduits

Procédures des élèves	Analyse/ stratégies pédagogiques
<p>➤ Inversion des classes : l'élève écrit 32 pour 23.</p>  <p>➤ Ils additionnent les classes</p>  <p>➤ Le code est compris et assimilé ; il peut être traduit par l'écriture décimale ou par l'écriture additive</p> 	<p>➔ Le maître retire les tout seuls (les unités) et revient au codage de la dizaine inférieure fixe :</p> <p>« Combien vois-tu de paquets de 10 ? » -2          « Ok, écris 2 paquets de 10. Maintenant j'ajoute des tous seuls : combien ? » -3          « A ton tour, ajoute les 3 tous seuls. »</p> <p>➔ Partir de la <u>production de l'élève</u> : « Lis ce que tu as écrit » -8 « Voilà 8 (le maître constitue une collection de 8 cubes devant l'élève), est-ce que c'est pareil ? » Non          L'essentiel est d'amener l'élève à se rendre compte que le codage proposé ne correspond pas à la quantité. Ensuite on repasse par la dizaine fixe puis on réintroduit les unités.</p> <p>➔ On augmente le créneau numérique.</p>

Situation 3 : Augmentation du créneau numérique : les quantités proposées vont au delà de dix dizaines.

1/ dizaine fixe

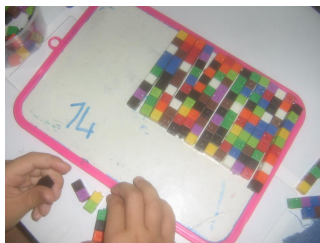
2/ introduction des unités

Procédures des élèves

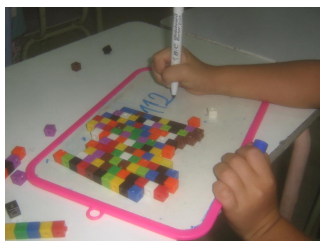
Analyse/ stratégies pédagogiques

2 tendances :

- soit les élèves sont « perdus » et n'arrivent plus à coder les quantités



- soit le code est compris



- L'introduction des unités implique plus l'addition compte tenu du fait de la fonction du zéro : il n'est pas là pour marquer l'absence d'unité, mais bien pour déterminer une position.



➔ On assiste pour la moitié de la classe à une surcharge cognitive : deux critères entrent en jeu :

- L'écriture des nombres à deux chiffres (écriture qui suppose à maîtrise de la comptine numérique écrite) : les élèves disposent alors de la frise numérique

- Et le fait qu'il faille prendre en compte le mot dizaine = surcharge cognitive.

Pour ne pas perdre de vue mon objectif d'appropriation du code, je décide de revenir à la systématisation du codage du créneau inférieur à 10 dizaines.

Séance 2 : Décodage de quantités supérieures à 10 et comprises entre 10 et 999



Objectif :

- Décoder une quantité supérieure à 10
- Dénombrer une quantité de manière efficace : réaliser des groupements de 10.

Dispositif : par groupe restreint de 5/6 élèves.


Situation 1 : Le maître écrit une quantité supérieure à 10. Les élèves décodent à l'aide de cubes de cubes conditionnés sous la forme de dizaines et d'unités.

Consigne : Réaliser la collection demandée.

Procédures des élèves	Analyse/ stratégies pédagogiques
<p>➤ Les élèves confondent écriture décimale et écriture additive et prennent 35 pour 3+5 (donc 8)</p> 	<p>➔ Partir de la collection réalisée par l'élève. Dans ce cas présent, il se rend compte que la quantité réalisée (8) n'est pas équivalente à ce qui est demandé.</p>
<p>➤ Les élèves inversent les classes en prenant 3 dizaines pour 3 unités, et 2 unités pour 2 dizaines.</p> 	<p>➔ Il faut revenir à la phase de codage des dizaines fixes pour rappeler la règle de codage.</p>

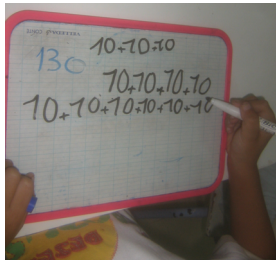
Situation 2 : Les élèves décodent à l'aide du dessin óchangeement de champs sémantique

Consigne : dessine la quantité demandée.

Procédures des élèves	Analyse/ stratégies pédagogiques
<p>➤ L'élève représente les dizaines et les unités par le dessin de la situation (cf. annexe)</p> 	<p>➔ On observe 2 types de démarches :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• soit l'élève n'a pas besoin de voir les quantités (*)</li> <li>• soit il a besoin de constituer la quantité demandée avant de la représenter. (**)</li> </ul>

Situation 3 : A l'aide des écritures additives en base 10 (phase qui sert dans un premier temps de trace écrite de la représentation par les cubes)

Consigne : écris le calcul en utilisant les paquets de 10.

Procédures des élèves	Analyse/ stratégies pédagogiques
<p>➤ L'élève écrit l'écriture additive</p>  <p>➤ L'élève ne produit aucun écrit</p>	<p>➔ On revient aux cubes : il a besoin de visualiser la quantité pour pouvoir l'écrire.</p>

Les situations décrites ont permis aux élèves de découvrir la numération décimale par les activités de codage et de décodage. Le temps didactique s'est étalé pour cette partie de l'expérimentation sur un mois, suscitant un engouement particulier chez tous les élèves.

La suite proposée fait partie du temps d'apprentissage et reprend le principe du jeu de la marchande pour que les élèves utilisent le code.

### Séance 3 : Décomposer des quantités divisibles par 10

#### Objectif :

- Décomposer une quantité divisible par 10 et comprise en 10 et 90f

#### Jeu de la marchande

Dispositif : par groupe restreint de 5/6 élèves.


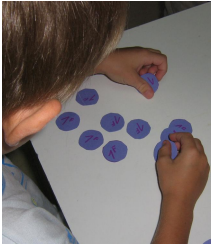
Consigne : Payer des articles valant entre 10 et 99f avec des pièces de 10f et de 1f

Situation 1 : La valeur des articles est divisible par 10

1/Les élèves disposent de pièces de 10f.

2/Il n'oy a plus de pièces de 10f : il faut « fabriquer » des 10f avec des 1f

- Travail sur les échanges : les élèves constituent des paquets de 10f avec des pièces de 1f

Procédures des élèves	Analyse/ stratégies pédagogiques
<p>1/</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Les élèves ont compris que pour payer 50 F on peut donner 5 pièces de 10f (soit 5 paquets de 10)</li> </ul> 	<p>➔ On formalise le système décimal par un référent commun faisant apparaître le codage schématisé (le dessin) ainsi que l'écriture correspondante.</p> <p>↳ La notion de formalisation (exemple : pour communiquer cinq paquets de 10 à l'écrit soit 50, l'élève doit écrire le 5 à gauche et le 0 à droite) n'est pas à prendre au sens strict. Il faut être conscient de l'essentiel : que les élèves aient conscience du fonctionnement par groupement de 10 (le sens !!). La norme d'écriture passe après.</p>
<p>2/</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ L'élève commence à compter les pièces de 1 en 1.</li> </ul>  <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ L'élève constitue des paquets de 10f et paie son article.</li> </ul>	<p>➔ Il faut rappeler à l'enfant qu'il connaît une manière plus rapide de compter : en faisant des paquets de 10.</p>

Situation 2 : Les articles valent entre 51 et 99f

Procédures des élèves	Analyse/ stratégies pédagogiques
<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ L'élève paie son article en utilisant les pièces de 10 et de 1f.</li> </ul>	<p>➔ Le créneau numérique doit être important (au-delà de 2 dizaines) au quel cas, certains élèves restent enfermés dans la procédure de comptage.</p>

<p><u>Séance 4 :</u></p> <p><u>Objectif :</u></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Décomposer une quantité divisible par 10 et comprise en 10 et 999f</li> </ul> <p><u>Situation 3 :</u></p> <p>Les élèves ont plusieurs articles à payer</p>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ L'élève réalise la somme de chaque article puis donne le tout.</li> <li>➤ L'élève calcule le total de ses achats puis réalise la somme avec ses pièces ou ses billets.</li> </ul>	<p>➔ Les élèves se trouvent face à deux problèmes : le premier consistant à calculer la somme total de leurs achats, le deuxième à réaliser cette somme avec les pièces (ou billets) de 10, 20 ou 50 francs.</p>

### ANALYSE :

La difficulté principale à laquelle se heurtent les élèves n'est pas liée aux groupements réguliers de dix en dix, mais essentiellement à l'ordre d'écriture des chiffres qui vient d'une convention ; les dizaines à gauche, les unités à droite. Il ne faut surtout pas tomber dans le piège de la formalisation des classes. Elle n'est pas nécessaire et ne doit pas être menée, car elle ferait perdre cette motivation installée dans la classe. L'essentiel est qu'ils soient conscients du fonctionnement par groupement de 10 (le sens !!). La norme d'écriture passe après et viendra avec l'utilisation du code.

Les élèves sont en train d'apprendre, il est normal qu'ils se trompent ! En prendre conscience nous permet de nous inscrire pleinement dans la logique du cycle : laisser réellement le temps (3 ans) aux élèves d'acquérir les compétences à développer.

## ***Pour aller plus loin apprendre par la numération orale tahitienne.***

Tout comme on ne parle pas en dizaine de francs (la poupée coûte neuf dizaines de francs), je me demandais comment aider les élèves à s'approprier ce code qui pouvait leur paraître, dans l'usage fait en classe, sortir de l'ordinaire (du quotidien).

Afin d'inscrire ce code dans une réalité (notre souci étant d'enseigner la vérité scientifique- aux élèves) j'ai mis en place une séquence de travail en tahitien sur la numération.

### **Situation 1 : La comptine numérique**

- Jeux de questions/ réponses : hoæ! (1 frappé), piti ! (2 frappés), toru ! (3 frappés)
- comptines numériques :

<p><b>Tahi</b> iti <b>Piti</b> iti <b>Toru</b> iti 'anani <b>Maha</b> iti, <b>Pae</b> <b>Ono</b> iti 'anani <b>Hitu</b> iti <b>Va'u</b> iti <b>'Iva</b> iti 'anani <b>'ahuru</b> 'anani ! e há hé.</p>
--

### **Situation 2 : Activités ritualisées**

Transposition des jeux rituels (jeu du Lucky luke, jeu du 5 caché, jeu de la machine détraquée) en tahitien pour aider la mémorisation de la comptine numérique tahitienne

### **Situation 3 : travail sur le projet d'écriture de l'album à compter (bilingue)**

### **Situation 3 : Activités de codage/ décodage**

Travail de la numération décimale en tahitien.

## Conclusion :

Cette année d'expérimentation a été décisive : aborder la numération décimale dès la SG est loin d'être une utopie ! Les résultats des évaluations, ainsi que l'engagement des élèves pour l'apprendre en sont le témoignage.

Il ne s'agissait pas d'une course aux apprentissages, ni d'en faire des élèves précoces ou surdoués. Mais simplement donner aux élèves le temps d'apprendre dans le cycle, comme cela est préconisé. Le fait de leur donner le temps d'apprendre fait qu'on est moins pressé d'obtenir des résultats positifs.

Bouleverser nos pratiques de classe peut paraître déroutant et déstabilisant, obtenir des évaluations « négatives » peut l'être tout autant (il est normal de ne pas savoir quand on apprend !), partir de leurs acquis et non de leurs acquis supposés (et donc les mêmes chaque année !!) nous forcent à nous remettre sans cesse en question

*« C'est donner une image de l'école erronée aux élèves désireux d'apprendre que de faire et refaire sans cesse les mêmes choses soit par méconnaissance réelle de ce qu'ils savent, soit par déconsidération de l'aptitude des élèves à connaître. » (Pierre-Olivier Legrand)*

Le HCE dresse d'ailleurs le constat suivant :

*« La rupture la plus forte se situe à l'entrée de l'école élémentaire : les enseignants de grande section de maternelle (GS) ne participent que rarement aux conseils tenus pour le cycle des apprentissages fondamentaux (GS, CP, CE1), malgré l'obligation qui leur en est faite. L'écart entre la maternelle et le CP est l'une des insuffisances les plus sérieuses de l'école primaire. »<sup>28</sup>*

C'est pourquoi on assiste très souvent à l'entrée au CP à une, voire deux périodes, de « révision », périodes pendant lesquelles ne sont pas prises en compte les réelles compétences des élèves : ils doivent dire combien il y a de poissons ou de voitures dans telle ou telle collection, ou compléter des pots de fleurs de façon à ce qu'il y en ait 5 ! Aberration totale si l'on tient compte du fait qu'à la sortie de l'école maternelle les élèves possèdent des connaissances numériques déjà bien installées.

---

<sup>28</sup> in, *L'école Primaire, Bilan des résultats de l'École*, du Haut Conseil de l'Éducation, p.17/18



Pour pallier ce déséquilibre, il est urgent d'organiser des conseils de cycle afin d'assurer la continuité entre les paliers, et permettre ainsi aux élèves de continuer leur accession au savoir, à l'autonomie de pensée et d'action, forme aboutie du futur citoyen responsable : « *Il s'agit de donner aux élèves la culture scientifique nécessaire à une représentation cohérente du monde et à la compréhension de leur environnement quotidien [en leur fournissant] des outils pour agir, choisir et décider dans la vie quotidienne* » (socle commun des compétences, p 10/11)

Il est essentiel que le maître adopte un regard neuf sur sa pratique.

### Le magister, ou d'un ancien chemin d'accès au savoir

« *L'enfant ne saisira véritablement le sens d'un concept qu'après avoir eu l'occasion de le réinventer pour lui-même* ». Cette affirmation de Piaget supposerait alors que les élèves réinventent le concept de Nombre et de ce fait la numération décimale sous la tutelle du maître, qui met dès lors en scène des situations qui permettent à l'élève de le **réinventer**. Ceci rejoindrait sa réitération : « *Comprendre, c'est inventer ou construire par réinvention.* »

Or, est-il possible pour un élève de faire sienne la manière de coder une quantité, de « revivre » le cheminement qui a conduit les hommes à adopter ce code ? A cette question je réponds : non. Un élève ne peut « réinventer » un concept tel que la numération élaborée par l'humanité sur plusieurs millénaires.

Il s'agit alors de redonner au maître son rôle originel (du latin *magister* : qui possède le Savoir) : il démontre les intérêts (de rapidité, de justesse) et « explique » le fonctionnement de la numération. Je m'exprime ici encore en terme d'efficacité. Les maîtres passent beaucoup trop de temps (perdu) à tenter de faire comprendre aux élèves le système décimal en passant par le système des échanges (c'est ce qui constitue le travail en base 3, en base 5) A force de manipulations nombreuses sur les paquets de 3, de 5, on suppose que l'élève comprendra comment fonctionne le système décimal. Au lieu de rapprocher les élèves du savoir on les en éloigne ! Certes, il s'agit, compte tenu des attentes institutionnelles, de placer l'enfant au cœur des apprentissages, de mettre en œuvre des situations qui lui permettent de découvrir au maximum (par des manipulations diverses et nombreuses) et de s'approprier le savoir.

Mais il faut trouver le juste équilibre entre ce que l'élève peut re-découvrir et ce qui ne lui est pas accessible. Au quel cas, on parvient plus à un évanouissement du sens qu'à son épanouissement. Chevallard, cité par Joshua et Dupin, dans *Introduction à la didactique des sciences et des mathématiques*, précise à ce sujet : « Il y a [í ] ce que le maître doit enseigner, et la manière dont il doit l'enseigner, et il y a ce que l'élève doit savoir, et comment il doit le savoir ».

Loin de vouloir dispenser un enseignement de CP en SG, il nous faut garder tout de même garder à l'école maternelle sa spécificité en évitant le recours aux activités systématisées et « lourdes » propres au palier supérieur. Le rythme physiologique de l'enfant est à respecter : les situations, les jeux proposés restent, pour l'élève, de l'ordre de l'affectif.

### **Bibliographie commentée :**

- Les outils de prescription ministérielles :
  - o Programmes 2002 et 2007
  - o Nouveaux programmes de l'école primaire applicables dès la rentrée 2006 à titre expérimental
  
- Les outils d'illustration :
  - o **Documents d'accompagnements des mathématiques**, applicables à la rentrée 2003

Comme l'indique son nom, ce document accompagne les maîtres dans la conception des séances d'apprentissage, des savoirs à diffuser ; Sont explicités

- les problèmes pour chercher
- les résolutions de problème et l'apprentissage
- les mathématiques en maternelle
- le calcul mental
- le calcul posé
- l'utilisation des calculatrices
- l'espace et la géométrie au cycle 2
- les grandeurs et mesures
- et l'articulation entre l'école et le collège

Les documents d'accompagnements apportent un éclairage quant à l'application des programmes.

- **La bosse des maths**, Stanislas Dehaene, (p.65) Ed. Odile Jacob, mai 2003

Comment comptons-nous ? Stanislas Dehaene, chercheur à l'INSERM et jeune membre de l'Académie des Sciences présente une synthèse de ce qui est connu aujourd'hui (le bébé possède des acquis innés) et expose ses propres théories.

Exposant des expériences étonnantes il démontre que notre cerveau contient dès la naissance des circuits, programmés dans notre patrimoine génétique, qui nous permettent de manipuler approximativement des petites quantités. Il offre ainsi, aux maîtres désireux de comprendre le mécanisme du nombre, une nouvelle approche dans la conception des séances d'apprentissage. Dans la même optique, il propose de mettre à jour « *une mécanique neuronale admirable de précision et d'efficacité* » qui permet la lecture dans un autre ouvrage récent **Dans le cerveau d'un lecteur**.

- **Introduction à la Didactique des Sciences et des Mathématiques**, JOHSUA et DUPIN PUF, 2003 ó chapitre V : La situation d'enseignement et le contrat didactique.

En faisant le point sur l'avancée de la didactique des sciences et des mathématiques, ce manuel discute ses concepts, ses problématiques et ses méthodes essentiels, en proposant à chaque fois un exposé clair et synthétique suivi de la présentation de travaux. Il permet ainsi au lecteur de se faire une idée plus précise de la manière dont travaillent les didacticiens et des résultats précis qu'ils peuvent obtenir.

- **Comment les enfants apprennent à calculer**, Rémi BRISSIAUD, Retz, 2003

Exposé clair et pratique, R. Brissiaud explicite les procédures mises en òuvre par les élèves en s'appuyant sur des situations pratiques de classe. Il énonce les différentes fonctions du nombre permettant aux maîtres de mieux comprendre les mécanismes qui entrent en jeu.

- ***Premiers pas vers les maths, Rémi BRISSIAUD***, Retz, 2007

Ces deux ouvrages sont accessibles au plus tôt de la formation initiale ; Ils sont clairs et explicites sur les enjeux de la numération à l'école maternelle. Leurs choix sont constructivistes et leur projet est « de décrire ce qu'est une première rencontre réussie avec les nombres » en aidant les enseignants à se situer face à une pluralité de propositions pédagogiques (prise en compte des recherches scientifiques, du rôle de la langue dans les apprentissages numériques). De plus ils proposent des situations facilement adaptables en classe.

- ***L'apprentissage de l'abstraction***, Britt-Mari Barth, éducation culture, Retz

Cet ouvrage propose une réflexion théorique sur la mise en œuvre de situations d'apprentissage qui permettent à un plus grand nombre d'élèves de construire eux-même leur savoir, tout en formant le lecteur à une réflexion particulière le concept. Qu'est-ce qu'un concept ? Comment aider les élèves à se l'approprier, à le comprendre ? Ces questions y sont clairement traitées et explicitées.  
« Voici un livre fondamental ! comme tel, ce livre est désormais un instrument obligé pour la formation des maîtres et des formateurs » Louis Legrand.

- ***Apprentissages numériques et résolution de problèmes***, GS/ cycle 2, INRP, Ermel, Hatier

Manuel à visée pratique, il est le fruit des recherches menées par l'équipe de didactique des mathématiques de l'INRP. Il propose des situations d'apprentissages classées selon les fonctions attribuées au nombre : des nombres pour comparer, pour mémoriser, pour partager, pour anticiper. Intéressant surtout dans son approche théorique, il peut néanmoins servir de base de travail pour un normalien sortant de l'École Normale.

- ***Comptes pour petits et grands, vol. 1 et 2***, Stella Baruck, Questions d'éducation, Ed. Magnard

Au travers ces deux ouvrages S. Barruck prône l'apprentissage des nombres fondé sur le langage qui ne semble pas, à son sens, suffisamment pris en compte. A force de ne pas comprendre ce qu'ils écrivent, les élèves deviennent des "automates" (qui reproduisent mécaniquement sans comprendre) et renoncent complètement à trouver du sens aux expressions mathématiques (la numération décimale).

Elle propose ainsi un savoir dire/lire/écrire rendant cohérentes les relations existantes entre langue, écriture et sens du système décimal.

L'intérêt de cet ouvrage réside dans le fait qu'elle propose des situations pour aborder la numération orale, celle-ci reposant sur les sonorités des noms des nombres (ce que l'on entend et ce que l'on écrit : c'est une forme de codage !)

### **Sitographie commentée :**

Roland Charnay, Conférences

<http://www.uvp5.univ-paris5.fr/TFM/>

Ce site est destiné aux formateurs, enseignants, étudiants et stagiaires. Il leur permet d'accéder aux contributions de chercheurs et de formateurs, enrichies d'exemples pertinents de séquences de classe.

[http://www.aidemaster.fr/mathematiques\\_la\\_methode\\_legrand\\_1322.htm](http://www.aidemaster.fr/mathematiques_la_methode_legrand_1322.htm)

Site proposant les cours de monsieur Pierre-Olivier Legrand en formation initiale à l'école normale. Il expose les expérimentations menées ainsi que des séquences pratiques réalisées avec l'aide de maîtres formateurs de l'École Normale et de normaliens.

[http://www.hce.education.fr/gallery\\_files/site/21/40.pdf](http://www.hce.education.fr/gallery_files/site/21/40.pdf)

Dresse le bilan des résultats de l'École 6 2007, par le Haut Conseil de l'Éducation.