1. Le sens

L’échelle

**Lien avec la matière**

Pouvoir résoudre des problèmes d’échelle ayant comme inconnue, soit la distance réelle, la distance sur la carte ou l’échelle.

Pouvoir estimer l’échelle d’une carte grâce aux repères connus.

Pouvoir faire le schéma d’une maison grâce aux dimensions réelles et à l’échelle.

**Lien avec le quotidien et le futur de l’enfant**

Lire et analyser une carte routière.

Analyser les miniatures (Mini-europe,…).

Construire une maquette.

2. Les caractéristiques-clés

**Définitions :**  
- l’échelle est le rapport entre la distance réelle et la distance sur une carte.  
- Une représentation à l’échelle est une représentation dans laquelle les proportions sont respectées.  
  
**Ecriture de la notion d’échelle :**   
Le numérateur représente la dimension réelle.   
Le dénominateur représente le nombre de fois que l’objet ou la distance a été diminué.  
Exemple : l’échelle ½ signifie qu’un centimètre sur la carte ou sur la représentation de quelque chose représente en réalité 2 cm.

Les échelles dépendent du plan à représenter :

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Plan de …** | **Ordre de grandeur de l’échelle 1/……..** | **1 cm sur la carte = en réalité** |
| **Maison** | 100 | 1 m |
| **Quartier** | 1000 | 10 m |
| **Ville** | 10 000 | 100 m |
| **Petit pays** | 1 000 000 | 10 km |
| **Pays** | 5 000 000 | 50 km |
| **Continent** | 10 000 000 | 100 km |
|  |  |  |

Une représentation à l’échelle d’une ville, d’une maison, d’une région, d’un objet,… est une représentation proportionnelle.  
Qu’est-ce qu’une représentation proportionnelle ?  
Deux grandeurs sont dites proportionnelles lorsqu’elles deviennent simultanément 2, 3, 4,… fois plus grandes ou plus petites.

**: 2**

Dans ce cas-ci, chaque dimension, chaque longueur de la figure de gauche a été réduite 2 fois : la constante de réduction est de ½.

Cette constante s’appelle **échelle** du dessin, de la carte ou de la représentation.

Une précaution est à prendre lors de l’introduction de la notion d’échelle. Les échelles étant par définition des échelles de longueurs, il faudra partir d’un exemple de longueur à agrandir ou à réduire (un parcours, une ligne de métro, de chemin de fer,…)

**Échelle ½**

Représentation correcte et perception correcte : ½ (rapport des longueurs).  
  
  
En effet, si l’on part d’une surface, son aire sera réduite au carré de l’échelle, puisque chacune de ses dimensions est réduite à l’échelle. L’enfant sera troublé parce qu’il percevra une forme quatre fois plus petite alors que l’on lui parle d’un rapport d’échelle de ½.

Représentation correcte mais perception faussée : ¼ (rapport des aires).

**Échelle ½**

**Caractéristiques de l’échelle :**

Une grande échelle signifie un grand rapport et donne lieu à une représentation relativement petite.

Une petite échelle signifie un petit rapport et donc donne lieu à une représentation relativement grande.

Plus le dénominateur de l’échelle est grand, moins il y a de détails sur la carte puisqu’il représente un grand espace ⇒ cartes routières, cartes du monde,…

Plus le dénominateur de l’échelle est petit, plus il y a de détails sur la carte puisqu’il représente un petit espace ⇒ un plan pour construire un meuble, le plan d’un quartier, …

On peut noter les échelles de différentes manières : représentations graphiques,…



**Proportionnalité :**

L’échelle des longueurs, présentes sur les cartes, plans, schémas est un cas de proportionnalité directe.

Deux grandeurs sont dites directement proportionnelles si :

lorsque je multiplie l’une par 2 (ou par n)

je multiplie l’autre, aussi par 2 (ou par n)

Ces deux grandeurs proportionnelles sont liées par un rapport constant.

Rapport interne : rapport entre deux mesures au sein d’une même grandeur, sera transposé au sein de l’autre grandeur (ex : ici ça sera 2).

**A faire découvrir aux enfants :**

- L’échelle = le rapport entre la distance réelle et la distance sur une carte.  
 1 Longueur sur la carte en cm  
  
30 000 Longueur réelle en cm  
  
- Une représentation à l’échelle est une représentation dont toutes les proportions sont respectées de la même manière.  
- Attention, dans notre cas, les unités sont toujours en cm.  
- Pour résoudre un calcul d’échelle, la façon de procédé est :  
  
Ex: une distance de 8 cm sur une carte à l’échelle 1/10 000. Inconnue : distance réelle ?  
On peut donc dire que 1 cm sur la carte vaut 10 000 cm c’est-à-dire 100 m en réalité. Pour résoudre un calcul de ce type, on utilise un tableau de correspondance et plus précisément le système de la règle de trois.

|  |  |
| --- | --- |
| Dimensions à l’échelle | Dimensions réelles |
| 1 cm  x 8  8 cm | 10 000 cm = 100 m  x8  80 000 cm = 800 m |

Pour passer 1 cm à 8 cm, je multiplie par 8, alors pour connaître la distance réelle, je dois multiplier 100 m par 8 aussi. Je fais la même opération des deux côtés de mon tableau de correspondance.

**L’abaque des longueurs :**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| km | hm | dam | m | dm | cm | mm |
|  |  |  |  |  |  |  |

**Opérations :**

X 10 = on avance d’un rang, vers la gauche

: 10 = on recule d’un rang, vers la droite

X 100 = on avance de deux rangs, vers la gauche

: 100 = on recule de deux rangs, vers la droite

X 1000 = on avance de trois rangs, vers la gauche

: 1000 = on recule de trois rangs, vers la droite

**La conversion des longueurs :**

Ex : 5mm = 0,5cm = 0,005m / 34m = 34000mm = 3,4 dm = 340dm

3. Les difficultés

* Liées aux représentations initiales des enfants ou au stade de pensée de l’enfant :  
   - l’enfant n’a aucune idée de ce qu’est une échelle, il n’en a jamais rencontré et ne veut pas savoir ce que c’est, il n’en voit pas l’utilité.  
   - l’enfant confond l’échelle de longueur et l’échelle d’aire, elle n’est pas fondamentale et nécessite un simple ajustement.  
   - l’enfant ne comprend pas l’idée selon laquelle l’échelle est liée à la proportionnalité des grandeurs en présence.  
   - l’enfant a la représentation du concept d’échelle mais la proportionnalité est absente : il ne considère que les dimensions, indépendamment du rapport entre les longueurs. Dans ce cas, la notion est à reprendre entièrement.
* Dans la traduction de l’échelle, l’enfant pourrait avoir des difficultés à exprimer l’échelle en fraction.
* L’enfant pourrait avoir des difficultés lors des transformations des unités, lors de la recherche de l’opération la plus adaptée pour trouver la distance réelle.
* L’enfant pourrait avoir des difficultés pour réaliser le tableau de correspondances (calcul).

4. Les concepts-liés

* En mathématiques :   
  - les fractions (1/….)  
  - les proportionnalités (rapport interne, externe,…)  
  - la règle de 3  
  - les unités de mesure de longueur
* En éveil :   
  - analyse de carte avec une échelle  
  - recherche de distances réelles et distances sur carte
* En art plastique :

- échelle d’un dessin à agrandir ou rétrécir.



