Ch 4 : Les propriétés des puissances

# 1) Propriétés

a) Calcule en respectant les règles de priorité des opérations

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| (7.10)² =  7².10² =  =  2² =  =  = | [ (-3).4 ]² =  (-3)².4² =  2².24 =  26 =  =  53 =  (3²)³ =  36 = | 3² . 3 =  3³ =  ()4 =  =  (-3).(-3)² =  (-3)3 =  (2³)² =  26 = | ()² =  =  [(-3)²]³ =  (-3)6=  (-2)². (-2)5 =  (-2)7 =  [ 2 . (-3) ]³ =  23.(-3)³ = |

b) Produit de puissances de même base

ap.aq = ………………………….

75.73 = ……………………………………

c) Quotient de puissances de même base

 = ……………………………………………………………………………………….

 = ……………………………………………………………………………………….

= ……………………………………………………

 = ……………………………………………………

d) Puissance d’un produit

(a.b)n = …………………………………………………….

(3.5)² = ……………………………………

e) Puissance d’un quotient

()n =……………………………………………………………………

()² = …………………………………………….

f) Puissance d’une puissance

(ap)q = …………………………………………………………..

(3²)5 = …………………………………………………………….

# 3) Exercices

1° En t’aidant du tableau ci-joint. Calcule

|  |  |
| --- | --- |
| 7² . 75 =  =  7³ . 7³ =  =  76 . 73 =  =  7. 77 = | *7****1*** *= 7*  *7****2*** *= 49*  *7****3*** *= 343*  *7****4*** *= 2 401*  *7****5*** *= 16 807*  *7****6****= 117 649*  *7****7*** *= 823 543*  *7****8*** *= 5 764 801*  *7****9*** *= 40 353 607* |

2° Écris sous une forme plus simple les expressions suivantes en utilisant les propriétés des puissances

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 2³ . 25 =  5² . 5³ =  =  (-4)³ . (-4)² =  (-6)².(-6) =  =  =  = | =  a5.a4 =  a5.a6.a9 =  (-b)9.(-b)7 =  =  =  (-b)4.(-b).(-b)²= | (-a)².a³.a =  =  =  =  x7.x3 =    a12.a5= | =  2.x².x4=  =  =  =  = |

3° Complète par des nombres naturels

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 36. 3…..= 38  =911  94. 9….. = 95  =(-2)12  5³. 5…. = 56 | 4². 4…..=45  =  (-5)….. (-5)4 =(-5)9  = 1012  74 . 7…. = 74 | 4……. 4….. = 46 =  = (3b)4  = | 10….. 1000 = 107  2³. 16 = 2…..  = (2xy)²  27 . 9 = 3….  = |

4° Calcule

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 2³.2² =  (-1)³.(-1)5 =  4.4³ =  2².2².2² = | =  = | =  (-5)².(-5)² = | =  = |

5° Écris sous une forme plus simple les expressions suivantes en utilisant les propriétés des puissances

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| (7.8)5 =  ()6 =  (11.12)7 =  ()8 =  (x.y)3 =  (5.a)² = | ()2 =  (3a)² =  (2.a.b)3 =  (3xy)4 =  (3a.4b)² =  ()3 = | ()2 =  (-3ab)² =  (-)2 =  (-)3 =  (.)3 = | - (15xy)² =  ()2 =  ()15.()15 =  ()7 =  ()4 = |

6° Complète par des nombres naturels

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| (5 . 4)3 = 5…....4…...  (-7 . 2)4 = (-7)…....2……  ()5 = | (5 . 3)2 = 5…...3……  (4 . (-3))….. = 44 . (-3)4  ()… = | ((-3) . (-2))….. = (-3)…… .(-2)5  (3 . 4)3 = 3…. . 2….  ()… = | ((-9) . 5)2 = (-9)…..5…..  ()… = |

7° Calcule

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| ()4 =  (4.(-3))2 =  ( (-3).(-2))3 = | ()4 =  ()3 =  ( -1.4)² = | -(-)3 =  (12 . 2)² =  (-)3 = | ( -4 . 5)² =  -()2 =  (4 . 5)² = |

8° En t’aidant du tableau ci-joint. Calcule en utilisant les propriétés des puissances

|  |  |
| --- | --- |
| (113)2=  ((-11)²)3=  (11²)² =  (-(11)²)4 =  ((-11)²)4 =  ((11)1)1 =  ((-11)³)³ =  (-(11)³)³ =  ((-11²))² = | *11****1*** *= 11*  *11****2*** *= 121*  *11****3*** *= 1331*  *11****4*** *= 14 641*  *11****5*** *= 161 051*  *11****6****= 1 771 561*  *11****7*** *= 19 487 171*  *11****8*** *= 214 358 881*  *11****9*** *= 2 357 947 691* |

9° Écris sous une forme plus simple les expressions suivantes en utilisant les propriétés des puissances

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| (a4)5 =  (a²)³ =  (b³)² = | (b10)10 =  (b³)10 =  ((x)7)7 = | ((-b)³)4 =  ((-a)³)² =  ((-a)4)² = | ((-b)²)7 =  ((-b)²)4 =  (-b²)4 = |

10° Complète par des nombres naturels

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| (5²)³ = 5…..  (3²)….. = 312  (4…..)² = 46  ( (-7)…..)³ = (-7)9 | (6²)….. = 66  (2³)….. = 218  (5…..)³ = 56  ( (-3)4)2 = 3….. | (4…..)³ = 49  (10…..)….. = 1015  (2…..)5 = 220 | 28 = 4…..  (25³)….. = 524  (45)….. = 230 |

11° Calcule en utilisant les propriétés des puissances

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| (3³)² =  (2²)³ =  (10³)³ = | ((-1)³)4 =  ((-10)³)³ =  ((-2)²)² = | ((-2)²)³ =  -(2²)³ =  -(2²)² = | (-2³)² =  (-1³)³ =  (10³)² = |

# 4) Exercices mélangés

1° En t’aidant des tableaux ci-joint, calcule

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 31  = 3  32 = 9  33  = 27  34  = 81  35  = 243  36  = 729  37  = 2187  38  = 6561 | 39  = 19 683  310  = 59 049  311  = 177 147  312  = 531 441  313  = 1 594 323  314  = 4 782 969  315  = 14 348 907  316  = 43 046 721 |  | 41  = 4  42 = 16  43  = 64  44  = 256  45  = 1024  46  = 4096  47  = 16 384  48  = 65 536 | 49  = 262 144  410  = 1 048 576  411  = 4 194 304  412  = 16 777 216  413  = 67 108 864  414  = 268 435 456  415  = 1 073 741 824  416  = 4 294 967 296 |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 3³.3² = 35 = 243  (3²)³ =  (34)² =  ()4 =  =  34.34 =  3.37 =  =  (35)3 = | 33.33 =  (-3)2.(-3)6 =  =  (-3)3.(-3)5 =  =  (-3)4.(-3)3 =  =  -(-)7 = | =  3.3.3.3.3 =  ((-3)2)2 =  32.33.34.35 =  43.45 =  (-4)².(-4)3 =  (-3²)4 =  (-34)3 =  -(-)10 =  (-4)4.45 =  = | -(-(-3)4)² =  ((4)²)4 =  =  =  ()12 =  ((-4)3)² =  (-4²)5 =  -=  =  (-3)4.(-3) =  ((-3)3)4 =  (33)3 =  ((-3)2)4 = |

2° Complète par = ou ≠

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| (24)5 ………..29  (-3)4 ………..34  ……………37-5 | (-7)5 ………75  (7.5)2 ………...72.25  …………75-3 | 57.53 ………….521  (85)10 ……………815  ()4 …….. | (1311)3 ………….1333  (-b)7 ……. (-b)9  ()10 …….. 1 | ( (-3).(-6) )5  …….35.65  37.38 …………315  84 ……………212 |

3° écris sous une forme plus simple en utilisant les propriétés des puissances

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 57.58 =  ((7)4)3 =  =  =  (-7)7.(-7)7 =  ()4 =  ((-7)2)3 =  =  (7.8)10 =  (10.5)7 =  ()5 =  (-2)10.215 =  (3.(-5))4 = | a12.a13 =  =  ()4 =  =  (-(-5)2)4 =  =  ((b)3)4 =  ()9 =  a11.a5.a7 =  ( (-7).(-9))9 =  b13.b =  (-6)4.(-6)7.(-6)9 = | ()10 =  (-b)3.(-b)4.(-b) =  =  (ab)3 =  (x.y.z)7 =  ()13 =  =  (x5)10 =  =  (-b)².(-b).b3 =  =  ((-a)5)n = | (abcd)10 =  =  (7xb)15 =  =  (-(-b)3)9 =  =  -=  (-x)4.x².x³ =  (9a7c)12 =  ()17 =  ()7 = |

4° Complète le tableau ci-dessous en utilisant les propriétés des puissances et calcule

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| X | y | z | xz | xy | yz | xz .xy | ()z | (xz)y |  | (x.y)z |
| 2 | 3 | 4 |  |  |  |  |  |  |  |  |
| -2 | 3 | 2 |  |  |  |  |  |  |  |  |
| -1 | 2 | 5 |  |  |  |  |  |  |  |  |

5° écris sous une forme plus simple en utilisant les propriétés des puissances

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| (a².b)4 =  (c².d4)5 =  (x5.y³.x²)² = | (24.35.27.34)10 =  =  ((x²)³)4 = | ()3.()9 =  (x³b²y)7 =  ()3.()4.()2.() = |

# 5) Les puissances de 10 et la notation scientifique

**1° Les puissances de 10**

***a) Quelques nombres macro et microcosmiques***

*Écris en chiffres le nombre écrit en caractères gras :*

Le diamètre de notre galaxie : **un milliard de milliards** de kilomètres : ……………………………………………

La taille moyenne d’un virus : **un millionième** de mètres : ………………………………………………..

*Ecris en lettres le nombre écrit en caractères gras :*

La distance de Vénus au Soleil est d’environ **100 000 000** km : ……………………………………………………

***b) Une nouvelle notation : les puissances de 10 …***

|  |  |
| --- | --- |
| **106**  Lire "dix exposant six" C'est un 1 suivi de 6 zéros: 1000000 C’est prendre 1,0 et déplacer la virgule de 6 rangs vers la droite (s’il faut, ajouter des 0) : 1000000  C’est ajouter 6 chiffres avant la virgule | **10-6**  Lire "dix exposant moins six" C'est 1 divisé par 106, soit 1/1000000 C’est prendre 1,0 et déplacer la virgule de 6 rangs vers la gauche (s’il faut, ajouter des 0) : 0,000001  C’est ajouter 6 chiffres après la virgule |

***c) En t’aidant de ce qui précède complète le tableau ci-dessous :***

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Ecriture décimale** | **Opération associée** | **Ecriture sous forme de puissances de 10** |
| 10 000 | 10x10x10x10 | 104 |
| 0,01 |  | 10-2 |
| 1 000 000 000 | 10x10x10x10x10x10x10x10x10 | ………. |
| 0,00001 |  | ……… |

***d) Une puissance de 10, c’est aussi un préfixe …***

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | **10*N*** | **Préfixe** | **Symbole** | **Nombre** | | 1024 | [yotta](http://fr.wikipedia.org/wiki/Yotta) | Y | [Quadrillion](http://fr.wikipedia.org/wiki/Quadrillion) | | 1021 | [zetta](http://fr.wikipedia.org/wiki/Zetta) | Z | [Trilliard](http://fr.wikipedia.org/wiki/Trilliard) | | 1018 | [exa](http://fr.wikipedia.org/wiki/Exa) | E | [Trillion](http://fr.wikipedia.org/wiki/Trillion) | | 1015 | [péta](http://fr.wikipedia.org/wiki/P%C3%A9ta) | P | [Billiard](http://fr.wikipedia.org/wiki/Billiard) | | 1012 | [téra](http://fr.wikipedia.org/wiki/T%C3%A9ra) | T | [Billion](http://fr.wikipedia.org/wiki/Billion) | | 109 | [giga](http://fr.wikipedia.org/wiki/Giga) | G | [Milliard](http://fr.wikipedia.org/wiki/Milliard) | | 106 | [méga](http://fr.wikipedia.org/wiki/M%C3%A9ga) | M | [Million](http://fr.wikipedia.org/wiki/Million) | | 103 | [kilo](http://fr.wikipedia.org/wiki/Kilo) | K | [Mille](http://fr.wikipedia.org/wiki/Mille_%28nombre%29) | | 102 | [hecto](http://fr.wikipedia.org/wiki/Hecto) | H | [Cent](http://fr.wikipedia.org/wiki/100_%28nombre%29) | | 101 | [déca](http://fr.wikipedia.org/wiki/D%C3%A9ca) | da | [Dix](http://fr.wikipedia.org/wiki/10_%28nombre%29) | | 100 | [unité](http://fr.wikipedia.org/wiki/Unit%C3%A9_de_mesure) | – | [Un, une](http://fr.wikipedia.org/wiki/1_%28nombre%29) | | |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | **10*N*** | **Préfixe** | **Symbole** | **Nombre** | | 10–1 | [déci](http://fr.wikipedia.org/wiki/D%C3%A9ci) | d | [Dixième](http://fr.wikipedia.org/w/index.php?title=Dixi%C3%A8me&action=edit) | | 10–2 | [centi](http://fr.wikipedia.org/wiki/Centi) | c | [Centième](http://fr.wikipedia.org/w/index.php?title=Centi%C3%A8me&action=edit) | | 10–3 | [milli](http://fr.wikipedia.org/wiki/Milli) | m | [Millième](http://fr.wikipedia.org/wiki/Milli%C3%A8me) | | 10–6 | [micro](http://fr.wikipedia.org/wiki/Micro) | μ | [Millionième](http://fr.wikipedia.org/w/index.php?title=Millioni%C3%A8me&action=edit) | | 10–9 | [nano](http://fr.wikipedia.org/wiki/Nano) | n | [Milliardième](http://fr.wikipedia.org/w/index.php?title=Milliardi%C3%A8me&action=edit) | | 10–12 | [pico](http://fr.wikipedia.org/wiki/Pico) | p | [Billionième](http://fr.wikipedia.org/w/index.php?title=Billioni%C3%A8me&action=edit) | | 10–15 | [femto](http://fr.wikipedia.org/wiki/Femto) | f | [Billiardième](http://fr.wikipedia.org/w/index.php?title=Billiardi%C3%A8me&action=edit) | | 10–18 | [atto](http://fr.wikipedia.org/wiki/Atto) | a | [Trillionième](http://fr.wikipedia.org/w/index.php?title=Trillioni%C3%A8me&action=edit) | | 10–21 | [zepto](http://fr.wikipedia.org/wiki/Zepto) | z | [Trilliardième](http://fr.wikipedia.org/w/index.php?title=Trilliardi%C3%A8me&action=edit) | | 10–24 | [yocto](http://fr.wikipedia.org/wiki/Yocto) | y | [Quadrillionième](http://fr.wikipedia.org/w/index.php?title=Quadrillioni%C3%A8me&action=edit) | |

Je prends ma calculatrice et je tape le nombre : 1 000 000 000 000 000 000 000. Voici le résultat affiché .………

Je prends ma calculatrice et je tape le nombre : 0,000000000000001. Voici le résultat affiché …………

|  |
| --- |
| Quand votre calculatrice affiche le nombre 116 c’est en fait égal au nombre 1 x 1016 donc à 1016  Quand votre calculatrice affiche le nombre 1-17 c’est en fait égal au nombre  donc à 10-17 |

**2° Notation scientifique**

***a) Introduction***

*Écris en chiffres le nombre écrit en caractères gras :*

La distance entre la terre et le soleil : **150 millions** de kilomètres : ……………………………………………….

La taille moyenne d’un atome : **15** **cent-milliardième** de mètres : ……………………………………………….

La distance entre la terre et Proxima du centaure : **39 734 milliards** de kilomètres : ……………………………….

Comme tu peux le constater chacun de ces nombres comporte énormément de 0. De manière à simplifier l’écriture de ces nombres on va les écrire sous la forme d’un produit d’un nombre décimal et d’une puissance de 10

*Exemples :* 150 millions s’écrit 1,5 x 108

15 centi milliardième s’écrit 1,5x10-10

39734 milliards s’écrit 3,9734 x 1013

Je prends ma calculatrice et je tape le nombre : 125 000 000 000 000 000. Voici le résultat affiché …………

Je prends ma calculatrice et je tape le nombre : 0,00000000567. Voici le résultat affiché …………

|  |
| --- |
| Quand votre calculatrice affiche le nombre 1,25 17 c’est en fait égal au nombre 1,25x1017  Quand votre calculatrice affiche le nombre 5,67-9 c’est en fait égal au nombre donc à 5,67x10-9 |

***b) Définition***

|  |
| --- |
| Un nombre en notation scientifique est un nombre écrit sous la forme d’un produit de deux facteurs :   * le premier facteur est un nombre décimal a tel que 10 > a ≥ 1 * le deuxième facteur est une puissance de 10 |

***c) Comment multiplier un nombre décimal par une puissance de 10 ?***

Pour multiplier un nombre décimal par 10, 10², 103,….., 1020 … On déplace la virgule de 1, 2, 3, .. 20, .. rangs vers la droite et si il faut, on ajoute des 0.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| *Exemples :* | 2,78 . 10 = ……………………………………….  6,5 . 10² = ………………………………………..  5,489. 107 = ……………………………………… | 2000 = …………………………………..  75000 = …………………………………  98,7 = …………………………………….. |
| Pour multiplier un nombre décimal par 10-1, 10-2, 10-3, …., 10-20. on déplace la virgule de 1, 2, 3….20 rangs vers la gauche et s’il faut, on ajoute des 0.  On peut aussi dire qu’on ajoute 1, 2, 3, …, 20 chiffres après la virgule | | |
| *Exemples :* | 2,78.10-1 = ……………………………………………  6,5 . 10-2 = ……………………………………….…..  5,489. 10-7 = …………………………………………  147,63.10-5 = ………………………………………… | 0,0002 = ……………………………………  0,00075 = …………………………………..  0,987 = ……………………………………. |

**3° Exercices notation scientifique et puissance de 10**

a) Dans le tableau suivant, entoure les nombres qui sont écris en notation scientifique.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 21,5 . 10-9 | 2,13 . 1054 | 12.109 | 1,00 . 101 | 0,13 . 107 | 5,456 . 10-10 | 19,99 . 105 | 1,3 . 118 |
| 3 . 10-12 | 2,75 . 29 | 9,9999 . 109 | 0.10-3 | 8,002 . 1012 | 33,33. 104 | 1,5 . 10-3 | 14,78.105 |
| 10,00.107 | 1,999 . 105 | 10,1.10-13 | 1.1014 | 8,75 . 1013 | 1,274569.99 | 1,2.10789632 | 2,96581 . 10 |

b) Ecris les nombres suivants en notation scientifique

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 1. 567 000 = …………………. 2. 12 300 = ………………….. 3. 0,00002 = …………………. 4. 0,0000458 = ……………….. | 1. 120 000 000 000 = ………………… 2. 5 784 984 000 = ………………….. 3. 3,45 = …………………………… 4. 34 = ………………………………. | 1. 0,0000000009 = ……………… 2. 10 000 000 000 000 000 = ……. 3. 134,983 = …………………….. 4. 0,69843 = …………………….. |

c) Complète les pointillés.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 1. 0,0009 . 10….. = 9 2. 0,4.10 ….. = 40 3. 0,7 . 10 …. = 0,0007 4. 2,4 . 10 …. = 240 000 5. 0,567 . 10…. = 5,67 | 1. ………..…. . 104 = 28370 2. ……….….. . 102 = 512 3. ……..……. . 10-3 = 89,9 4. …………... . 10-2 = 0,69 5. 65 = 0,065 . ………………… | 1. 2 =0,0002 . ……………...………... 2. 2,1 = 0,0021 . ……………………. 3. 6,54 = 0,0654 . …………………… 4. 0,352 =. 3,52 ……………………. 5. 0,007001 =. 7,0001 ……………. |

d) Calcule les expressions numériques suivantes et note la réponse en notation scientifique

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 1. (2.1014).(4.10-21) = 2. (7.1015).(8.10-11) = | 1. (2,5.1019).(4.10-13) = 2. (-5,5.1013).(5.1025) = | 1. (-5.1013).(3,5.1015) = 2. (1,25.1012).(-8.1025) = |

e) Calcule et écris le résultat sous forme d’un nombre en notation scientifique

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 1. 2000 . 3500 = 2. 0,002 . 0,0004 = 3. 300. (-60 000) = 4. 0,00012 . 300 = | 1. -50 000 000 . 420 000 = 2. 12 000 .1 300 000 = 3. 0,002 . 0,0005 = 4. 1,2 . 0,0005 = | 1. 7000² = 2. 300 0004 = 3. 0,00023 = 4. 0,00000044 = |