

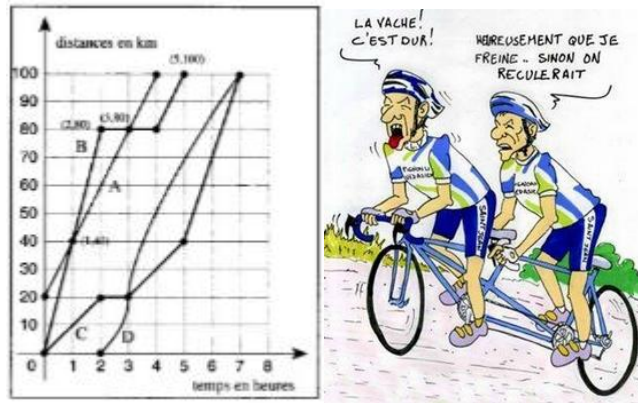
Chapitre 2 : Graphique de fonctions

I/ Introduction

Dans l'école comme dans la vie courante vous avez vu, analysé ou réalisé des graphiques . Les graphiques sont utilisés dans divers domaines afin de faciliter l'étude d'un phénomène. Dans ce chapitre nous allons étudier quelques graphiques dans le but de découvrir un nouveau vocabulaire et des notations que nous utiliserons plus tard.

Activité 1

Les lignes A, B, C et D représentent les mouvements de quatre cyclistes qui se rendent au même endroit.



a) Décris et explique le trajet du cycliste B

.....

.....

.....

b) Donne une valeur de la distance parcourue par le cycliste D durant les 90 premières minutes.

.....

.....

c) Donne le temps nécessaire au cycliste C pour parcourir les 55 premiers Kilomètre.

.....

.....

d) Décris et compare les quatre mouvements: points de départ, heures de départ et d'arrivée, variation de vitesse, lieux et heures de rencontres, ...

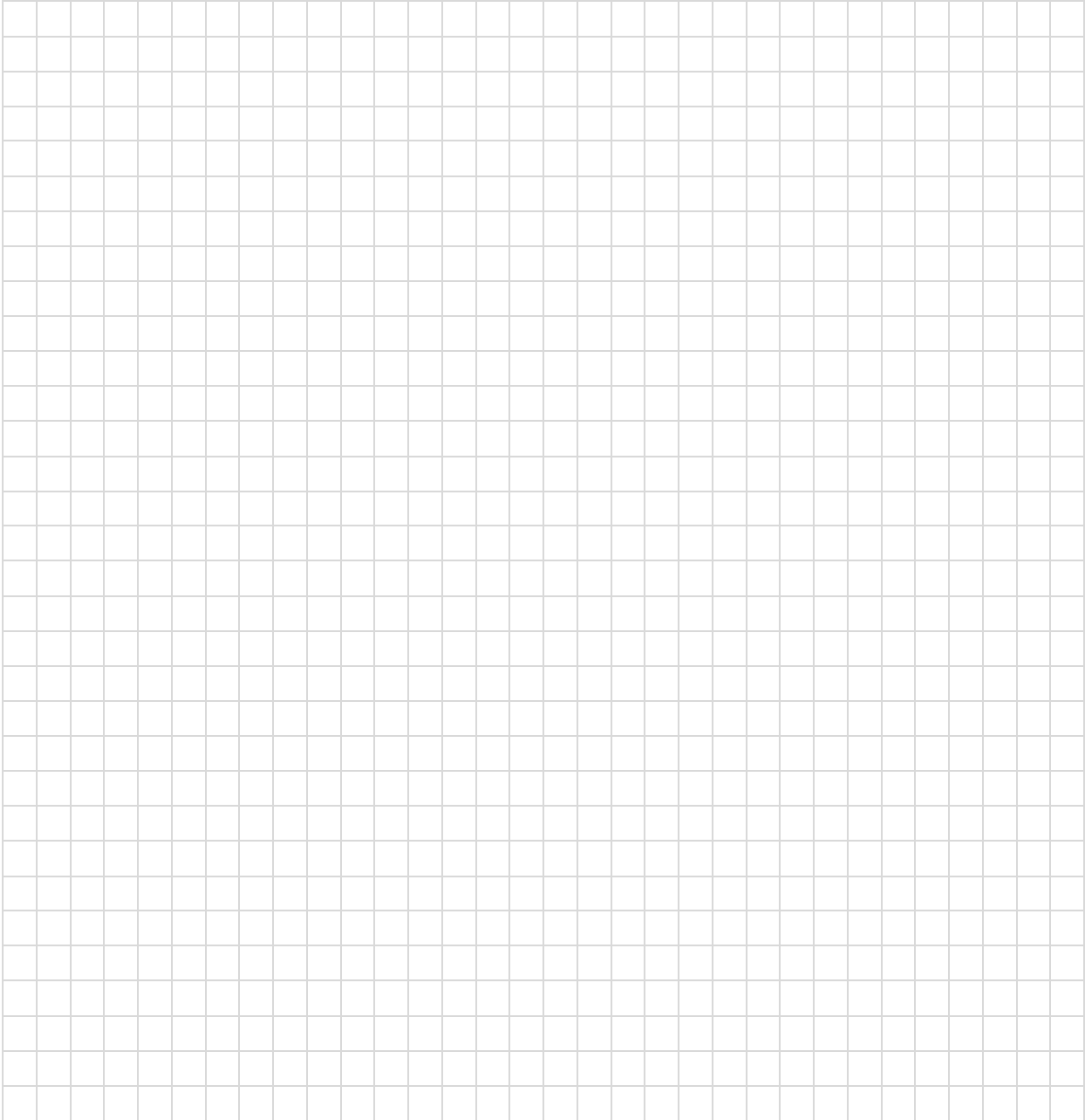
.....

.....

.....

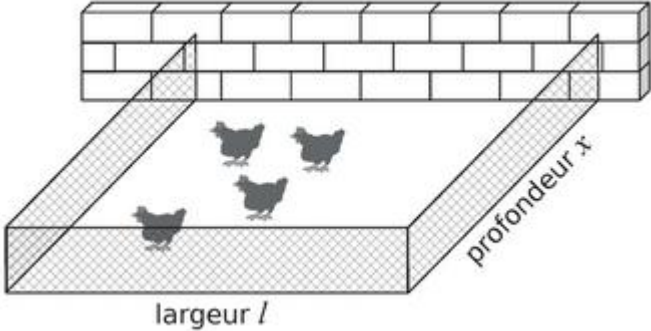
.....

.....



Activité 3

Un agriculteur souhaite réaliser un enclos rectangulaire contre un mur pour ses poules. il dispose de 21 m de grillage et doit tout utiliser.



Cet agriculteur a besoin de ton aide afin de déterminer les dimensions de l'enclos pour que son aire soit maximale.

a) Quelle est l'aire de l'enclos si $x = 3\text{m}$?

.....

b) Quelles sont les valeurs possible de x ?

.....

c) Exprime l'aire de l'enclos en fonction de x

.....

d) Dans un repère trace le graphique qui exprime l'aire de l'enclos en fonction de la profondeur. Puis donne les dimensions qui permettent d'avoir la plus grande aire.



2) Voici un tableau de valeurs de la fonction $f: x \rightarrow x^2 - 4$

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
f(x)	12	5	0	-3	-4	-3	0	5	12

- Détermine l'image de 0 par la fonction f .
- Détermine le(s) antécédent(s) de 5 par la fonction f .

2) Domaine de définition en l'ensemble image d'une fonction

a) Activité : Charge maximale d'une grue

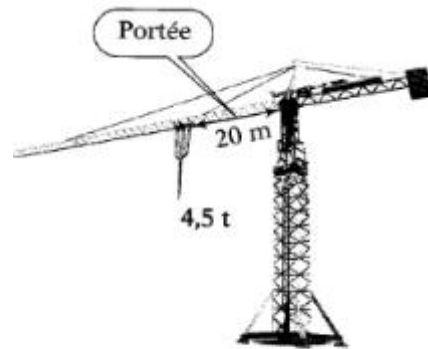
La charge maximale d'une grue de chantier est en fonction de la portée.

Le graphique fourni à l'utilisateur les renseignements concernant les charges maximales correspondant aux longueurs de la portée de sa grue.

Les longueurs (en m) sont indiquées sur l'axe des abscisses et les charges sont indiquées (en tonnes) sur l'axe des ordonnées.

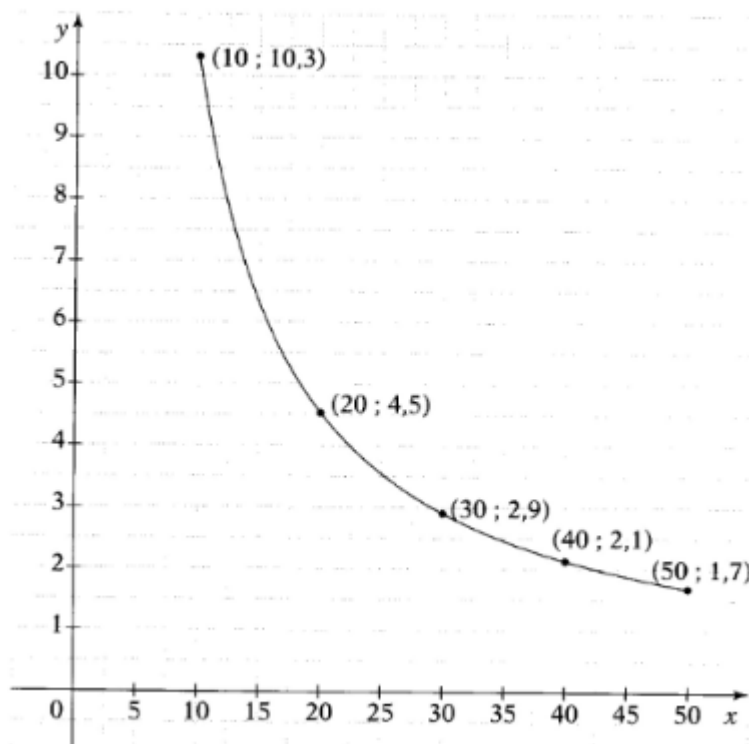
Pour certaine grue, la longueur de la portée varie dans un intervalle $[10 ; 50]$. On dit que cet intervalle est le **domaine** de cette fonction.

L'intervalle des charges maximales correspondantes est appelé l'**ensemble image**.



La charge maximale pour une flèche de 20 m est 4,5 tonnes.

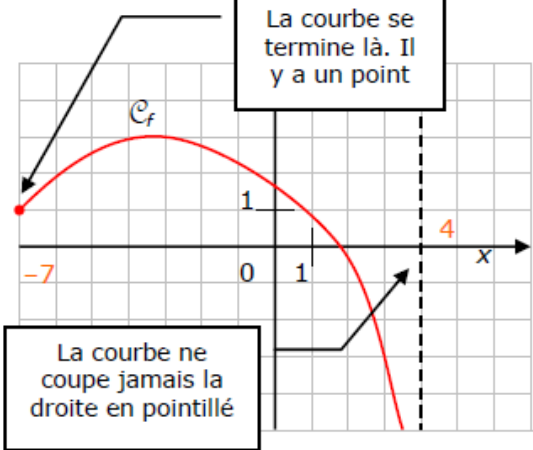
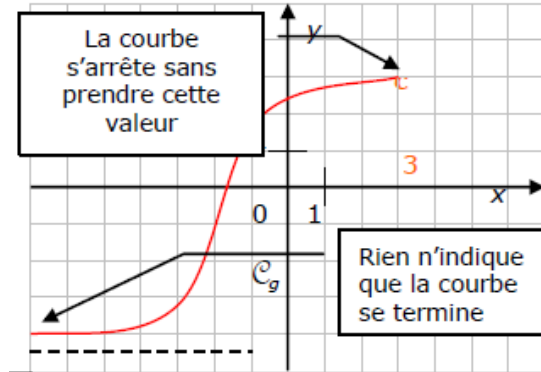
- Quelle est la charge maximale pour une portée de 30 m ?
de 40 m ?
- Quel est l'ensemble image de cette fonction ?
- Quel est le domaine de définition de cette fonction ?



b) Définitions

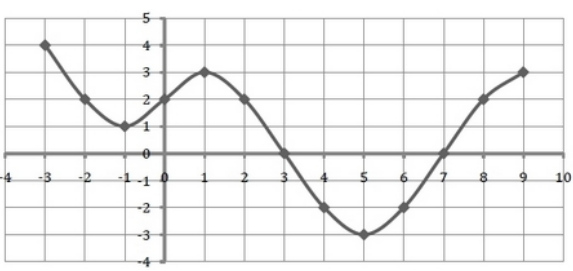
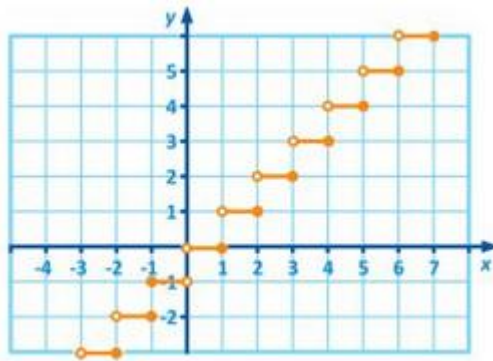
- Le **domaine de définition** d'une fonction est l'ensemble de toutes les valeurs réelles de x (les abscisses des points d'une fonction) pour lesquelles il existe une image par cette fonction. Le domaine de définition d'une fonction f est noté **dom f** .
- L'**ensemble des images** d'une fonction est l'ensemble des antécédents de toutes les valeurs réelles de x par cette fonction (l'ensemble des ordonnées des points d'une fonction). L'ensemble image de la fonction f est noté **im f** .

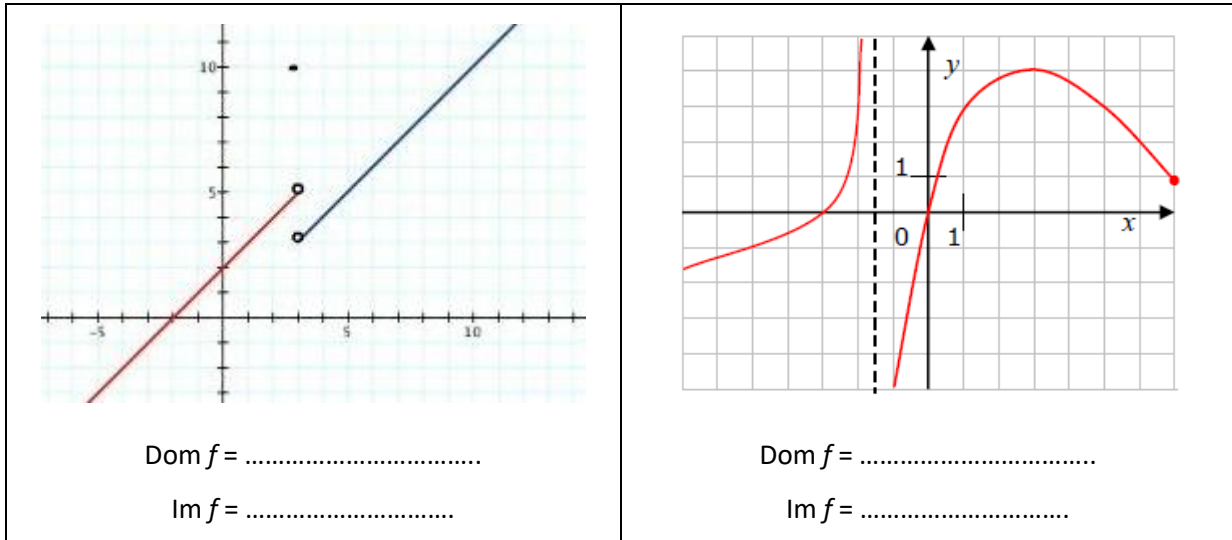
Exemples

 <p style="text-align: center;">Dom f =</p> <p style="text-align: center;">Im f =</p>	 <p style="text-align: center;">Dom g =</p> <p style="text-align: center;">Im g =</p>
---	---

c) Exercice

Pour chaque graphique donne le domaine de définition et l'ensemble des image de chaque fonction.

 <p style="text-align: center;">Dom f =</p> <p style="text-align: center;">Im f =</p>	 <p style="text-align: center;">Dom f =</p> <p style="text-align: center;">Im f =</p>
--	---

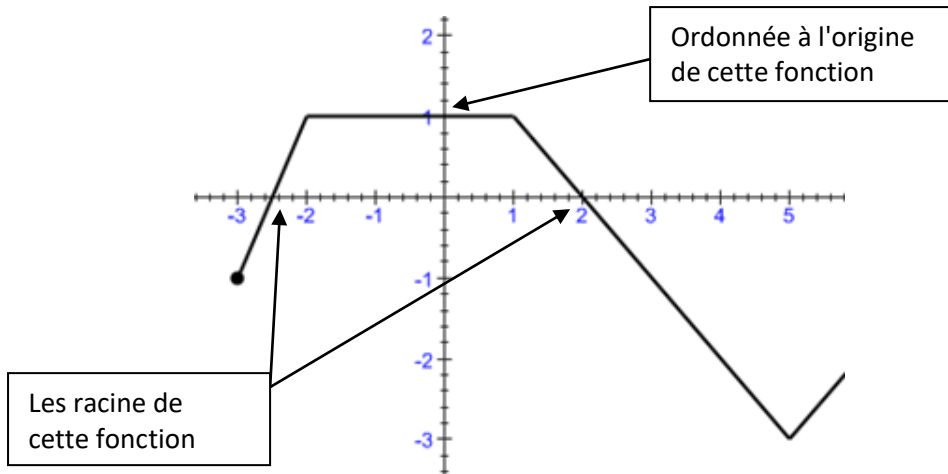


3) Les racines d'une fonctions et l'ordonnée à l'origine

a) Définitions

- Les **racines** (les zéros) d'une fonction $y = f(x)$ est une valeur de x pour laquelle la valeur numérique de cette fonction est nulle ($f(x) = 0$).
- L'**ordonnée à l'origine** est l'ordonnée du point du graphique d'ont l'abscisse est égale à 0.

Exemple :



2 et -2,5 sont les zéros de cette fonction.

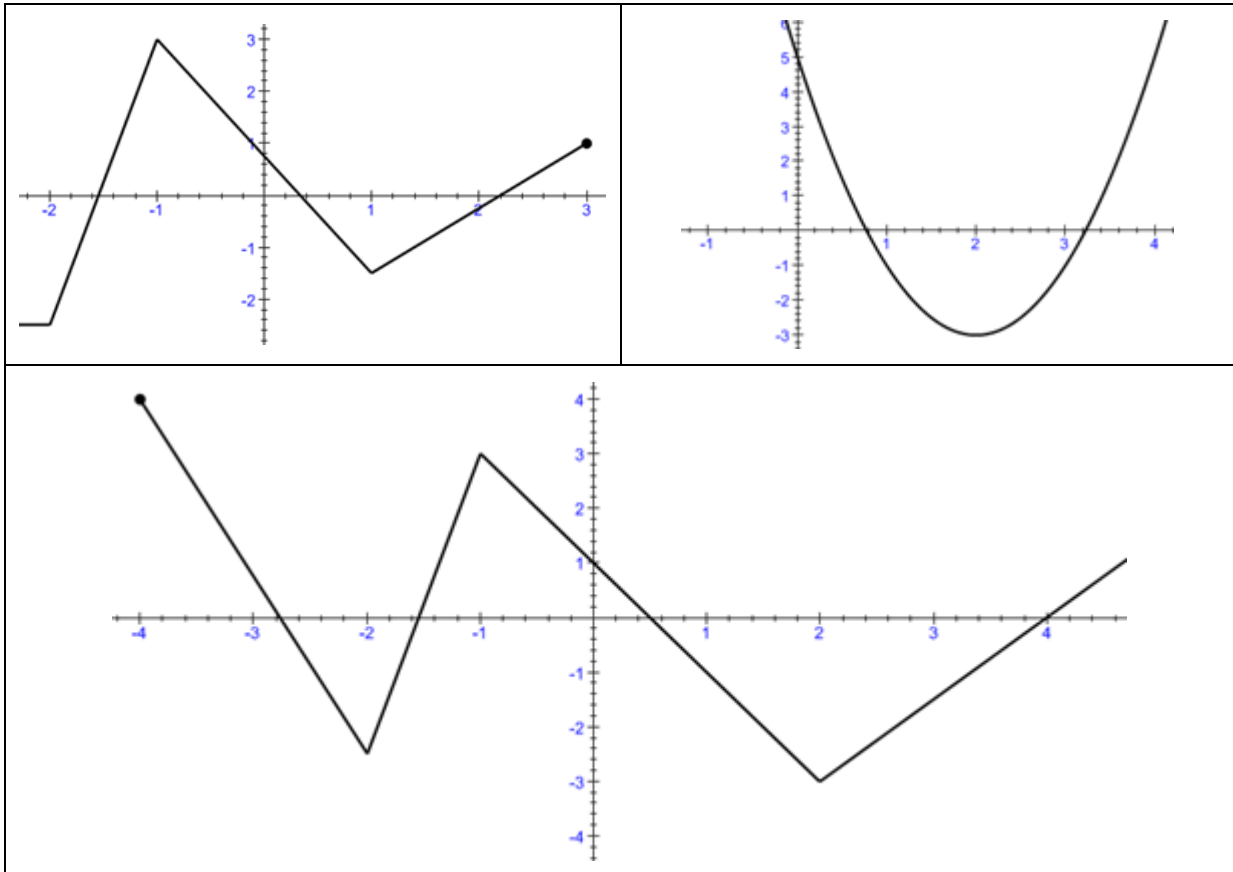
1 est l'ordonnées à l'origine de cette fonction.

Remarques :

- Les racines (ou zéros) d'une fonction sont les abscisse des points d'intersection du graphique avec l'axe des abscisse.
- L'ordonnée à l'origine d'une fonction est l'ordonnée du point d'intersection du graphique avec l'axe des ordonnées.
- Une fonction peut avoir aucune ou plusieurs racines.
- Une fonction peut avoir 0 ou 1 ordonnée à l'origine.

c) Exercice

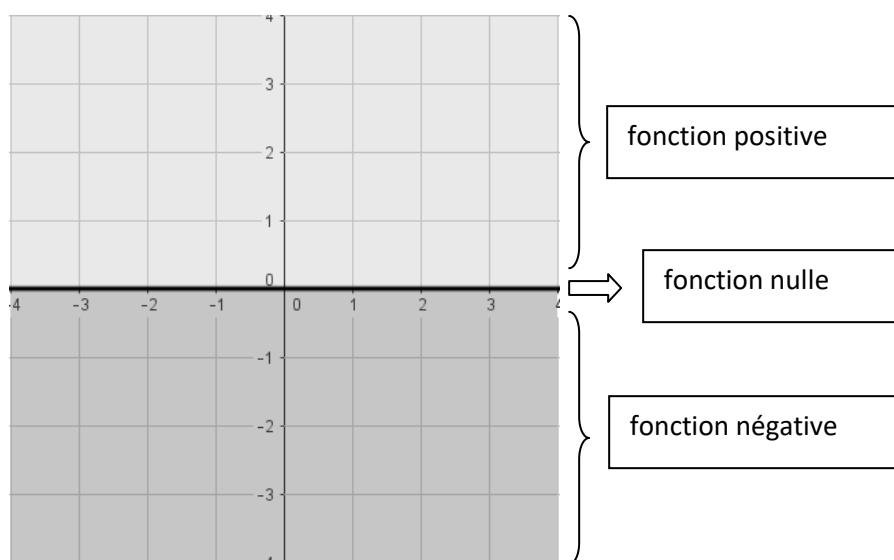
Sur chaque graphique marque en vert les racines et en rouge l'ordonnée à l'origine des fonctions suivantes.



4) Signe d'une fonction

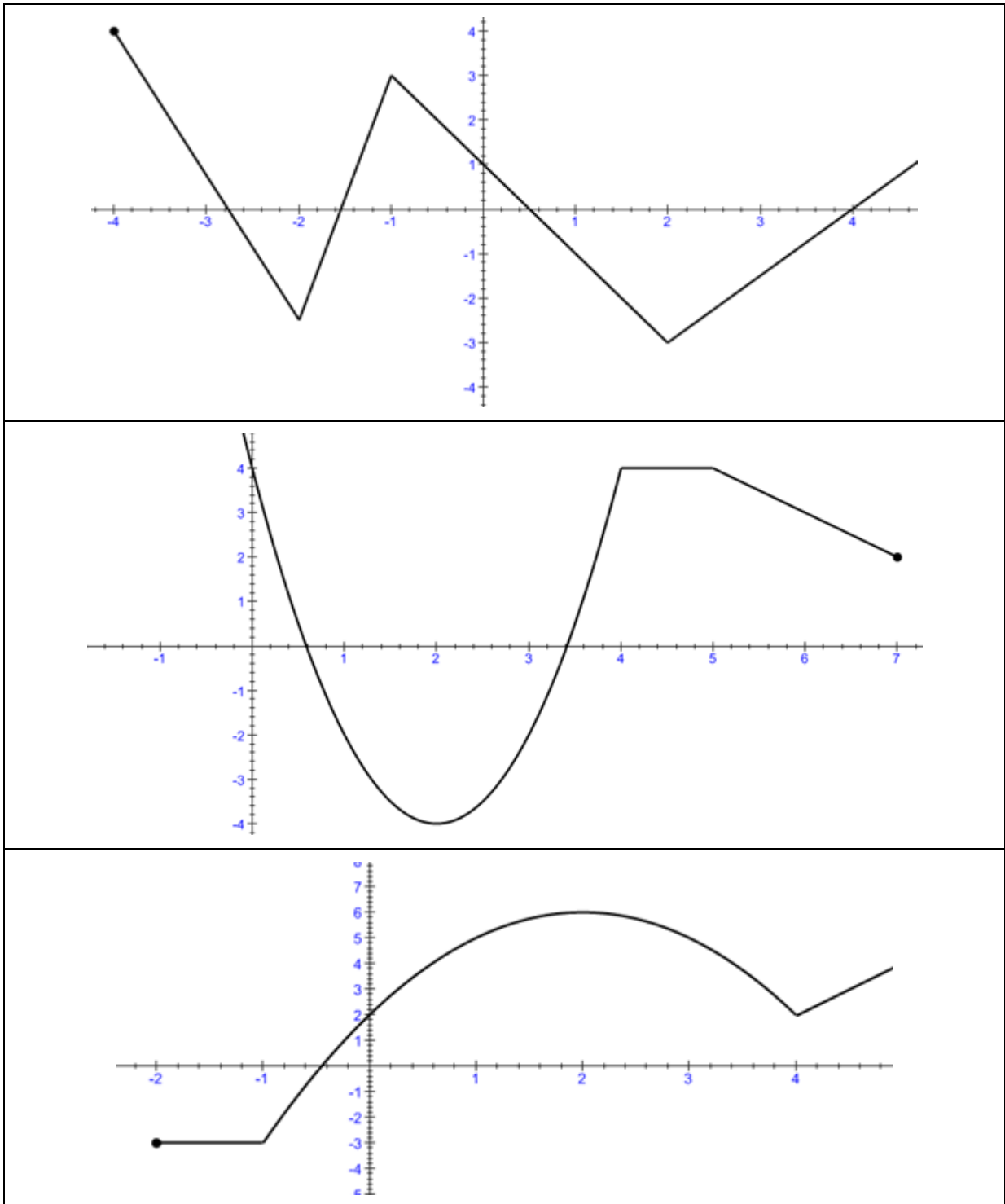
a) Définitions

- Une fonction est positive si $f(x) > 0$
- Une fonction est nulle si $f(x) = 0$
- Une fonction est négative si $f(x) < 0$



b) Exercice

Pour chaque fonction détermine le domaine de définition où la fonction est strictement positive.



5) Variation d'une fonction

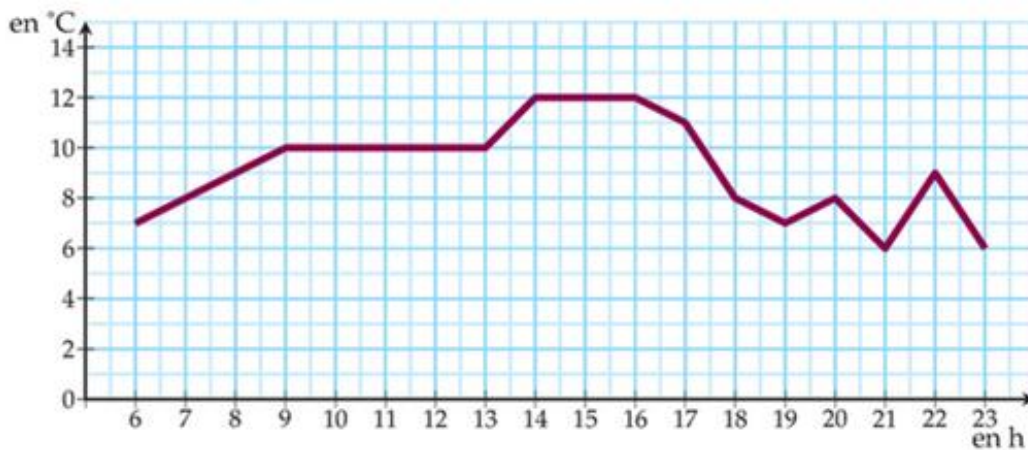
a) **Activité** : Variation de température

Aurore a un capteur qui relève les températures en continu.

Voici ce qu'elle a obtenu dans son jardin de Saint-Brieuc le lundi 30 décembre 2013 de 6 à 23h.



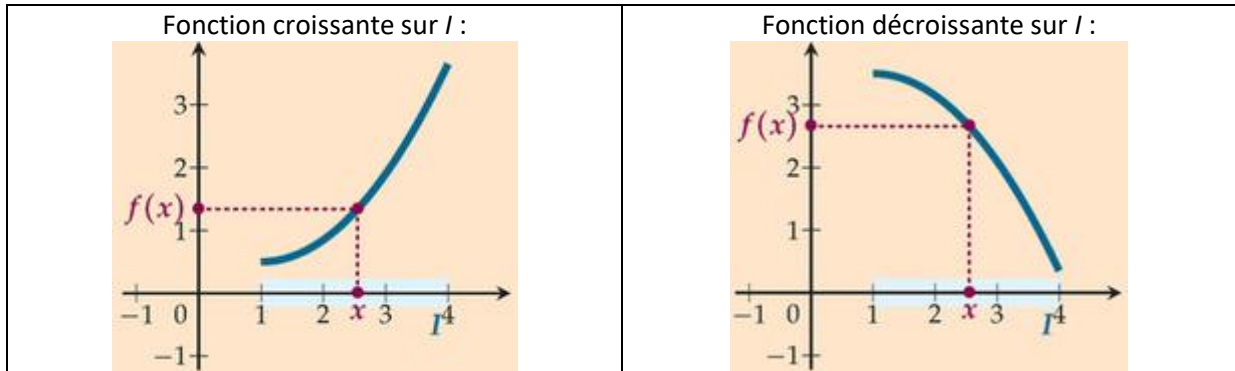
- 1) Quand la température est-elle gale à 0 ?
.....
- 2) Quand la température est- elle positive ?
.....
- 3) Quand la température est-elle négative ?
.....
- 4) A quelle(s) heure(s) atteint-on
 - a. la température de 8°C ?
.....
 - b. la température minimale ?
.....
 - c. la température maximale?
.....
- 5) Suer quelle(s) tranche(s) horaire(s)
 - a. la température croît-elle? Décroit-elle?
.....
 - b. la température reste-t-elle constante ?
.....
- 6) On peut schématiser le comportement de cette fonction par un tableau qu'on appelle **tableau de variation**.
Complète le tableau ci-dessous.



Heure	
Température	

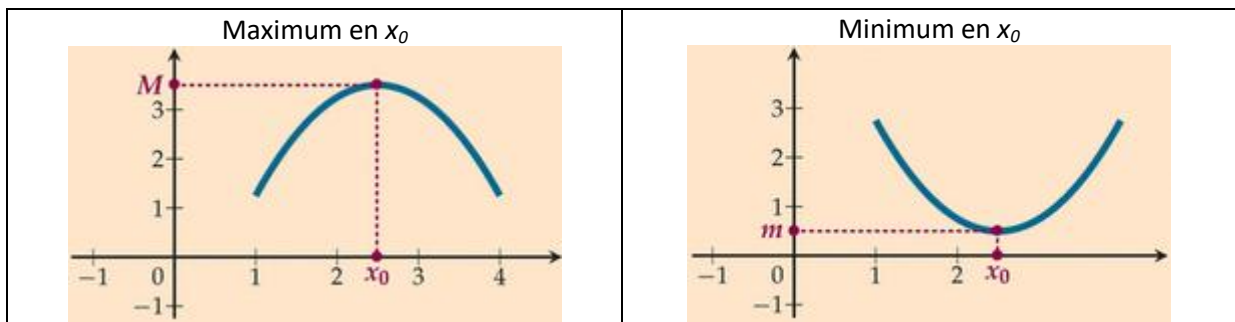
b) Définitions

- On dit de f est croissante sur un intervalle I lorsque :
Si x augmente sur I alors $f(x)$ augmente;
- On dit de f est décroissante sur un intervalle I lorsque :
Si x augmente sur I alors $f(x)$ diminue.



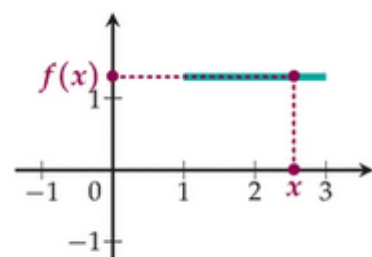
Sur un intervalle I ,

- le maximum d'une fonction f est la plus grande des valeurs prise par $f(x)$;
- le minimum d'une fonction f est la plus petite des valeurs prise par $f(x)$.



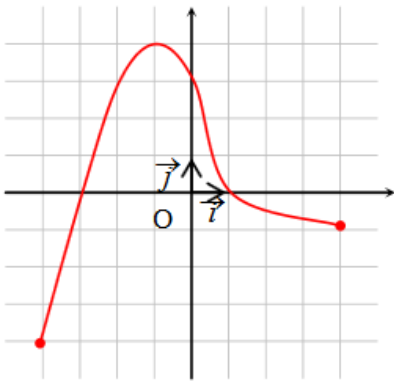
c) Remarques

- Une fonction est croissante sur un intervalle lorsque sa courbe "monte" sur cet intervalle;
- Un fonction est décroissante sur un intervalle lorsque sa courbe "descend" sur ce intervalle;
- Lorsque sur un intervalle, la courbe est **horizontale**, on dit que la fonction est **constante**. On considère qu'elle est à la fois croissante et décroissante.
- Une fonction qui ne change pas de variation sur un intervalle est dite monotone sur cet intervalle.

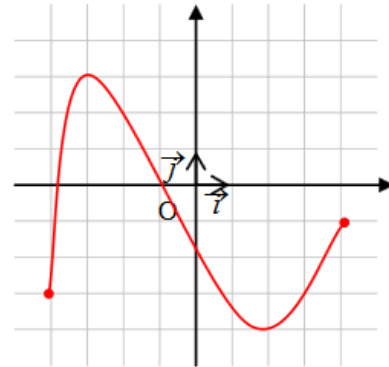


d) Exercice

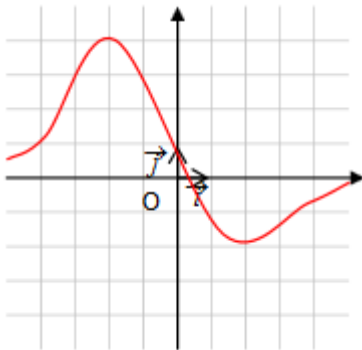
Dresse la tableau de variations de chaque fonction.



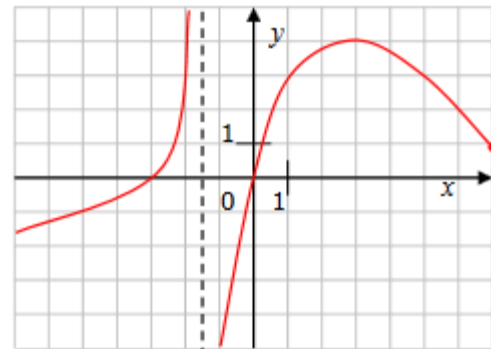
x	
$f(x)$	



x	
$f(x)$	



x	
$f(x)$	



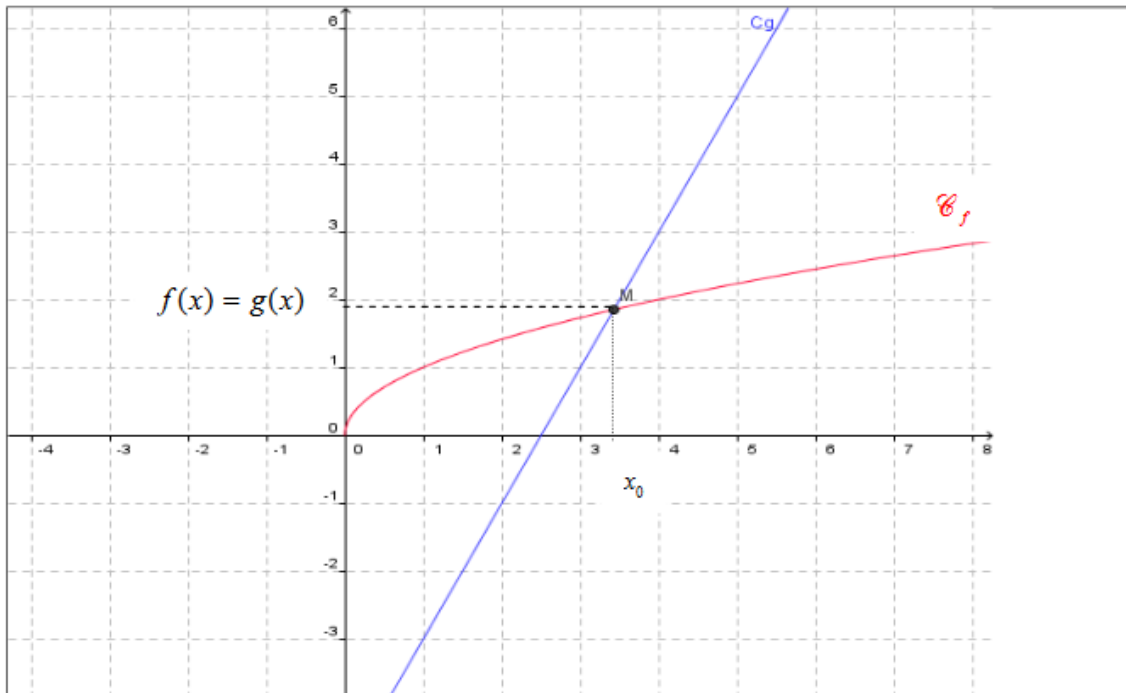
x	
$f(x)$	

6) Comparaison de deux fonctions

a) Principe

On considère deux fonctions f et g . Soient C_f et C_g leurs courbes représentatives respectives. On suppose que ces courbes ont des points d'intersection.

Par exemple :



Soit x_0 l'abscisse du point d'intersection.

Que remarques-tu, graphiquement, au niveau des positions relatives des deux courbes?

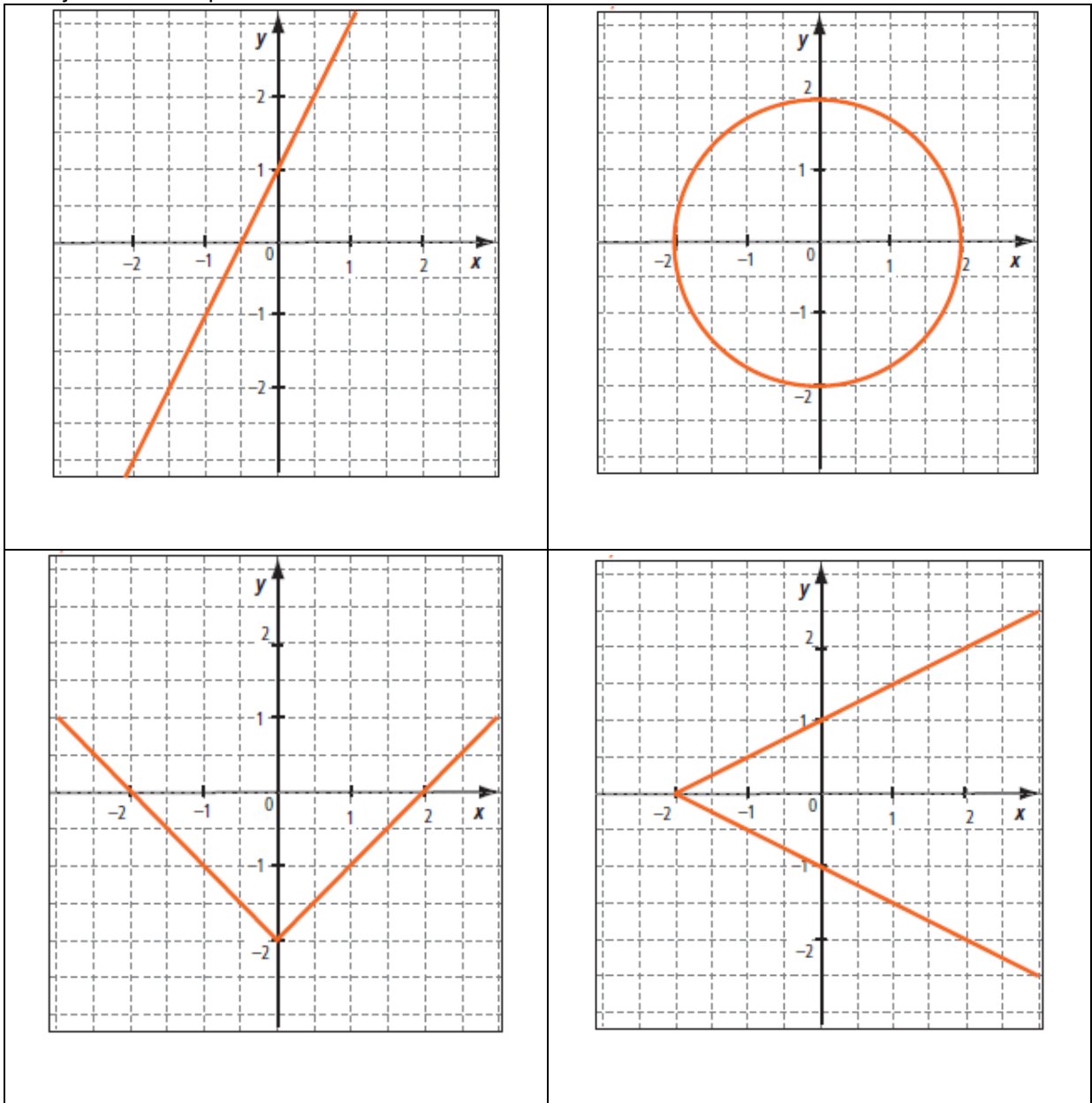
- pour $x = x_0$,
- pour $x > x_0$,
- pour $x < x_0$,

On peut dire également que

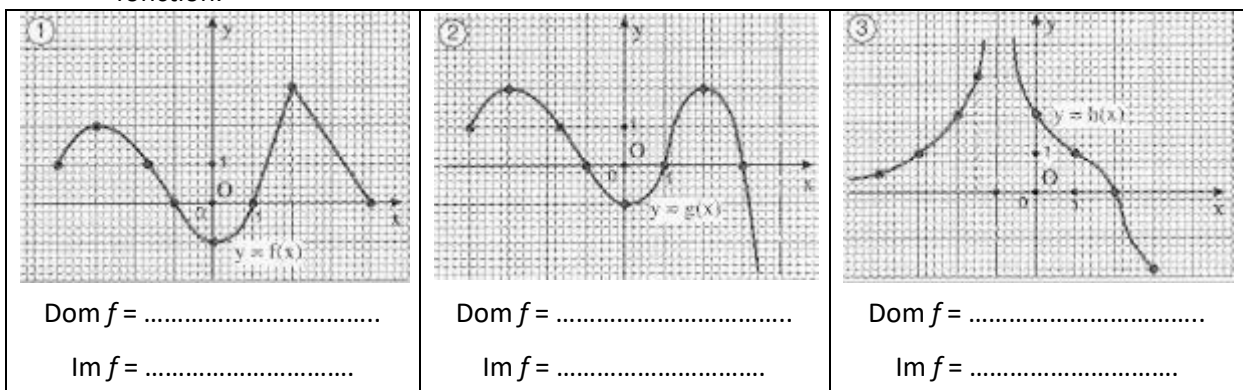
- pour $x = x_0$, $f(x)$ $g(x)$
- pour $x > x_0$, $f(x)$ $g(x)$
- pour $x < x_0$, $f(x)$ $g(x)$

III/ Exercices

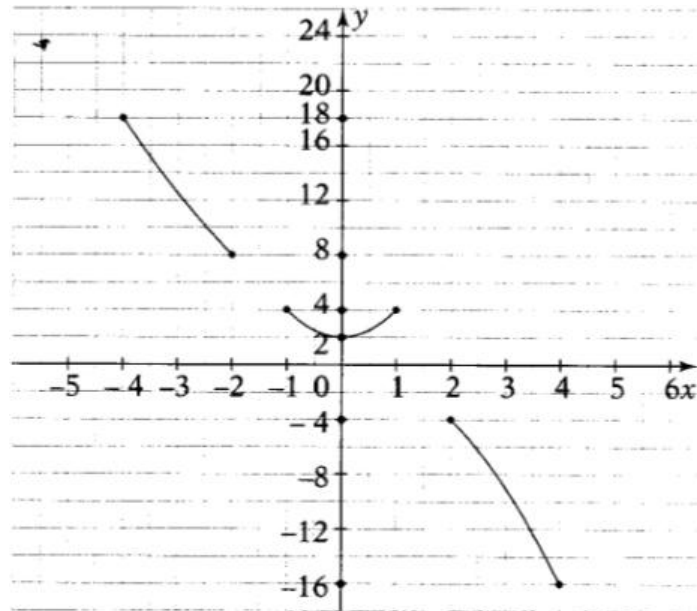
1) Pour chacun des graphiques suivants, indique s'il s'agit d'une courbe de fonction ou pas en justifiant la réponse.



2) Pour chaque graphique donne le domaine de définition et l'ensemble- images de chaque fonction.



3) f est la fonction représenté ci-dessous. Détermine sur le graphique

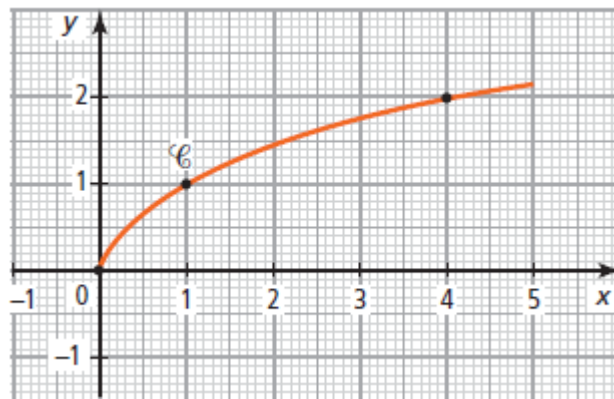


a. Le domaine de définition et l'ensemble- images de f .

b. L'image par f de : -3 ; -1 ; 0 et 4.

c. Le (les) antécédents de : 18 ; 4 ; 12 et -4.

4) La courbe C ci-dessous représente une fonction f définie sur l'intervalle $[0 ; 5]$



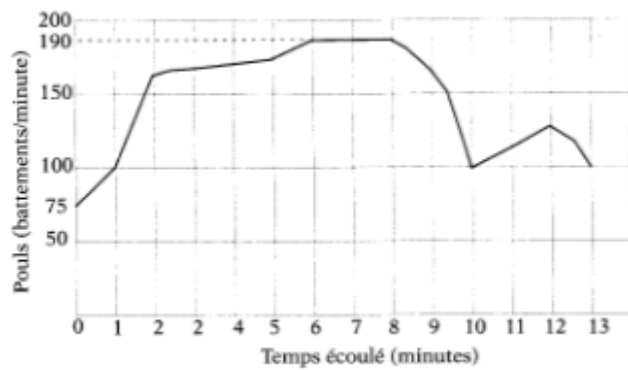
a. Parmi les points suivants, quels sont ceux dont-on peut affirmer qu'ils appartiennent à la courbe C ?
 $O(0 ; 0)$; $A(1 ; 1)$; $B(2 ; 1,4)$; $C(3 ; 1,7)$; $D(4 ; 2)$ et $E(2,25 ; 1,5)$.

b. Sachant que f est définie par $f(x) = \sqrt{x}$, vérifie par le calcul si chacun des points précédents appartient ou non à la courbe C .

5) Traduis les phrases suivantes par des égalités du type $f(a) = b$.

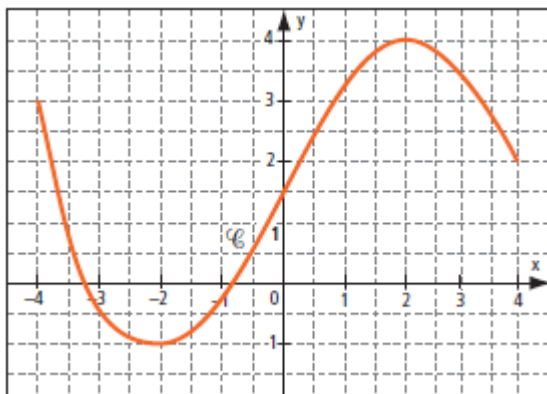
-4 a pour image 10 par la fonction f .	
Les images de -1 et 6 par g sont nulles.	
Le graphique de h coupe l'axe des ordonnées au point d'ordonnée 5.	
Le graphique de la fonction k passe par le point $(-3 ; 5)$.	

- 6) Ce graphique montre le pouls de Bogdan pendant un exercice de 13 minutes lors d'un entraînement de mini-foot.

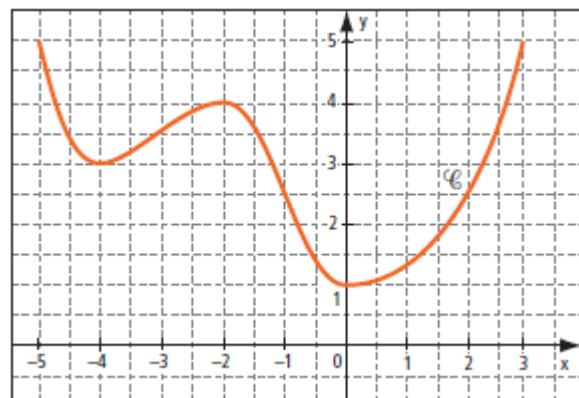


Quel est le domaine de définition ?	
Quel est l'ensemble image ?	
A quel moment le pouls a-t-il été de 100 battements/minute?	
Quand le pouls de Bogdan a-t-il été croissant ?	
Quand le pouls de Bogdan a-t-il été constant ?	
Quand le pouls de Bogdan a-t-il été décroissant ?	
Quand la croissance a-t-elle été la plus rapide?	

- 7) Dresse le tableau de variation de chaque fonction.



x	
f(x)	



x	
f(x)	

8) Voici le tableau de variation d'une fonction f .

x	-2	0	0,5	3	$+\infty$
$f(x)$	-1	-2	0	4	

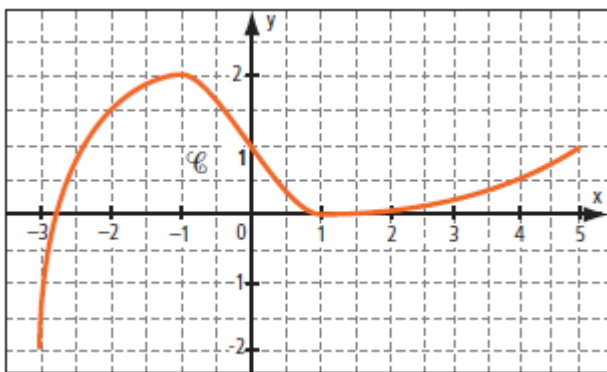
a. La fonction f est-elle :

- croissante sur $[-2 ; 2]$? sur $[0 ; 1]$?
- décroissante sur $[3 ; 10]$? sur $[-2 ; 1]$?

b. Donne $f(0)$, $f(-2)$ et $f(0,5)$.

c. Sur une Feuille annexe, trace une courbe C susceptible de représenter la fonction f dans un repère.

9) La courbe ci-dessous est la représentation graphique d'une fonction f définie dans la domaine $[-3 ; 5]$.



Détermine à l'aide de cette courbe :

a. Le maximum de f sur chacun des intervalles

- $[-3 ; 5]$;
- $[-2 ; 3]$;
- $[1 ; 5]$.

b. Le minimum de f sur chacun des intervalles

- $[-3 ; 5]$;
- $[-1 ; 4]$;
- $[0 ; 2]$.

10) Voici le tableau de variation d'une fonction f définie dans le domaine $[3 ; 6]$.

x	-3	-2	1	4	6
$f(x)$	3	-1	1	0	0,5

Sur chaque intervalle, donner le maximum et le minimum de la fonction f et préciser pour quelle valeurs de x ils sont obtenus.

11) La courbe ci-dessous est la représentation graphique d'une fonction f détermine

a. le domaine et l'ensemble image de la fonction f :

.....

b. les racines de la fonction f :

.....

c. l'ordonnée à l'origine :

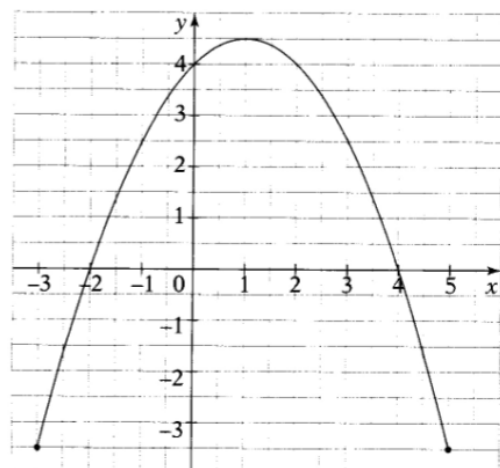
.....

d. pour quelle valeur de x la fonction atteint un maximum et quel est son maximum :

.....

e. l'antécédent de 4 :

.....

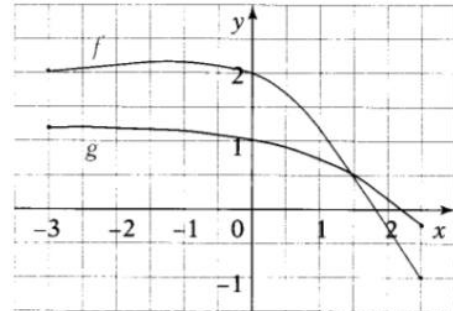


f. pour quelle valeurs de x on a $f(x) \geq 4$:

.....

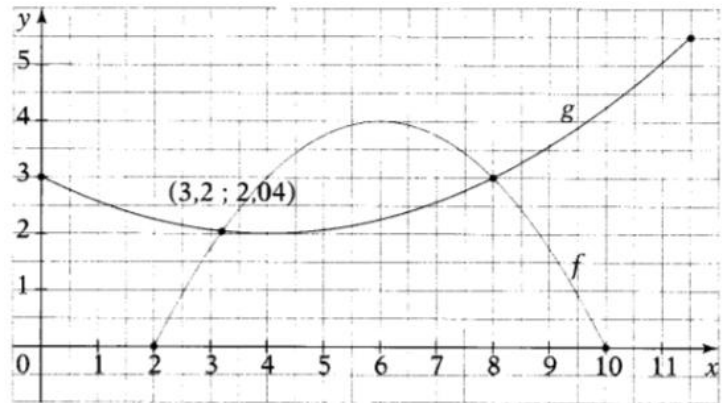
12) D'après ce graphique, détermine les valeurs de x pour lesquelles :

$f(x) = g(x)$	
$f(x) > g(x)$	
$f(x) < g(x)$	



13) D'après ce graphique, détermine les valeurs de x pour lesquelles :

$f(x) = g(x)$	
$f(x) > g(x)$	
$f(x) < g(x)$	
$f(x) \leq g(x)$	
$f(x) \geq g(x)$	

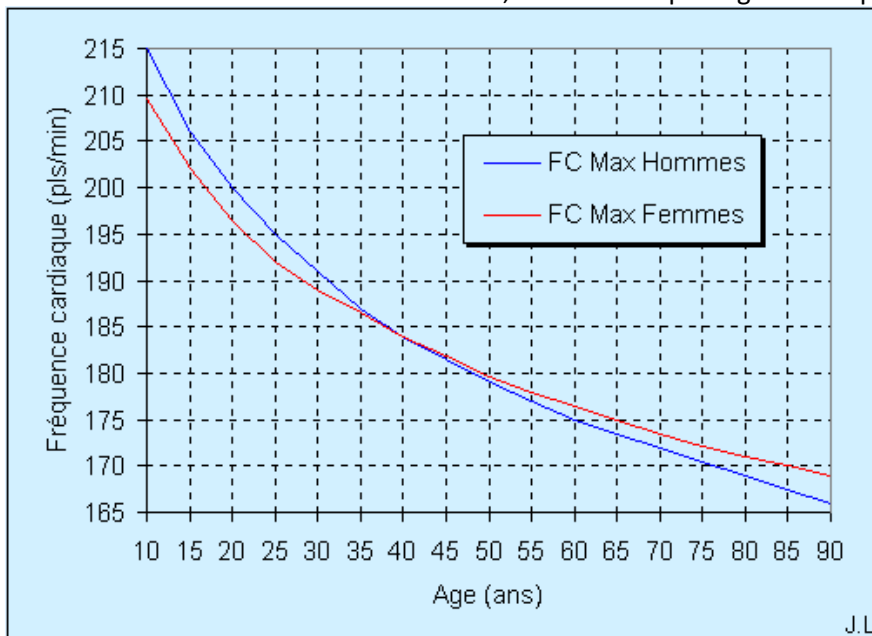


14) Comparaison de la fréquence cardiaque.

La fréquence cardiaque est le nombre de battements cardiaques (ou pulsations) par unité de temps (généralement la minute).

Dépasser de façon durable sa fréquence cardiaque maximale au cours d'un effort physique expose à une souffrance musculaire qui va entraîner des crampes et surtout, au niveau cardiaque, une souffrance cellulaire dont les conséquences peuvent être graves, voire dramatiques (troubles du rythme ventriculaire). notamment chez un sujet non entraîné.

Les courbes ci-dessous proviennent d'une analyse statistique sur 2000 personnes, mais un sportif de bon niveau peut très bien être en dessous ou au-dessus, selon sa morphologie cardiaque.



a. Quels sont les âges sur lesquels porte cette études ?

.....

b. Sur quel intervalle de pulsations par minute de fréquences se répartissent-elles ?

.....

c. A quel âge la fréquence cardiaque maximale est-elle la même pour les deux sexe ?

.....

d. A quel âge la différence entre les fréquences cardiaques maximales des hommes et celle des femmes est-elle de 5 pulsations par minutes ?

.....

e. Sur quelle période de la vie la fréquence cardiaque maximale est-elle plus élevée chez les hommes que chez les femmes ?

.....